Baudynamik in der Alltagspraxis

Grundlagen der Baudynamik, Beispiele für Einwirkungen, Bauausführung

Dipl.-Ing. Matthias Gerold*)

Prof. Dr.-Ing. Lothar Stempniewski**)

*) Harrer Ingenieure GmbH, Karlsruhe,
und Ingenieurbüro KGKE, Ostfildern
Beratender Ingenieur VBI, Prüfingenieur für Baustatik VPI
ö.b.u.v. Sachverständiger für Baustatik und Baukonstruktionen
des Massiv-, Stahl-, Holz- und Glasbaus

**) Universität Karlsruhe,
Institut für Massivbau und Baustofftechnologie,
und Harrer Ingenieure GmbH, Karlsruhe,
Beratender Ingenieur VBI, Prüfingenieur für Baustatik VPI
ö.b.u.v. Sachverständiger für Konstruktiven Ingenieurbau
und Baudynamik

Einleitung

Der Trend zu immer leichteren und schlankeren Bauwerken führt zu ästhetisch schönen und zugleich wirtschaftlichen Konstruktionen, die jedoch eine zunehmende Anfälligkeit hinsichtlich dynamischer Erregung zeigen. Dynamische Beanspruchungen im Hoch- und Tiefbau, Maschinen- und Anlagenbau können je nach vorhandener Intensität maßgebend für die sichere Auslegung bzw. reibungslose Betreibung sein. Darüber hinaus können unkontrollierte Schwingungen zu Ermüdungsversagen oder zu Schäden an Bauwerken oder Bauteilen führen, als auch die Gebrauchstauglichkeit in erheblichem Maße einschränken. Bei Menschen werden sie oft als störend empfunden; insbesondere dann, wenn die Personen selbst nicht aktiv an der Einwirkung teilnehmen. Neue Produktionsprozesse insbesondere in der Druckindustrie oder in der Halbleiterindustrie verlangen seit Jahren immer höhere Ansprüche an die Präzision der Fertigung, was auf sehr hohe Anforderungen bezüglich der Empfindlichkeit gegenüber Schwingungen hinweist.

Nachfolgend sollen zunächst einige Grundlagen der Baudynamik in Erinnerung gerufen werden. Anschließend werden harmonische wie impulsartige Einwirkungen beispielhaft vorgestellt sowie Hinweise zur Berechnung, zur Bauausführung und zur Vermeidung von Resonanz gegeben.

1 Grundlagen der Baudynamik

Dynamische Einwirkungen können grob in vier Kategorien eingeteilt werden:

- harmonische Lasten,
- periodische Lasten,
- transiente Lasten und
- impulsartige Lasten.

Harmonische Einwirkungen haben über lange Zeit einen sinusförmigen Verlauf, bei periodischen Einwirkungen wiederholt sich ein bestimmter Verlauf in regelmäßigen Zeitabständen und transiente Einwirkungen haben einen beliebigen Zeitverlauf ohne Periodizitäten. Impulsartige Einwirkungen als Sondergruppe der transienten Einwirkung weisen eine derart kurze Einwirkungsdauer auf, dass es zu anderen Reaktionen des Bauwerks bzw. Bauteils kommt.

Im Gegensatz zu statischen Einwirkungen F aktivieren dynamische Lasten Trägheits- und Dämpfungskräfte. Diese Kräfte sind von den auftretenden Beschleunigungen bzw. Geschwindigkeiten abhängig und müssen bei der Ermittlung der Schnittkräfte und Auflagerreaktionen berücksichtigt werden. Dies führt auf die bekannte Differentialgleichung

$$m \cdot \ddot{u} + c \cdot \dot{u} + k \cdot u = F(t) \tag{1}$$

Im Falle einer ***harmonischen Einwirkung*** bzw. periodischen Einwirkung - Letztere setzt sich aus n Harmonischen zusammen - lautet die äußere Last in der komplexen Schreibweise

$$F(t) = F_j \cdot e^{i \cdot \omega_j \cdot t} \tag{2}$$

wobei

F_j = j-te Harmonische der Last

ω_j = j-te Eigenkreisfrequenz der Last

Damit lautet die Bewegungs-Differential-Gleichung

$$m \cdot \ddot{u} + c \cdot \dot{u} + k \cdot u = F_j \cdot e^{i \cdot \omega_j \cdot t} \tag{3}$$

Mit der dazugehörigen partikulären Lösung folgt die bekannte Gleichung für die ***stationäre harmonische Schwingung***

$$u(t) = U_j \cdot e^{i \cdot \omega_j \cdot t} \tag{4}$$

U_j = j-te Harmonische Amplitude der Schwingung

Einsetzen der Lösung in Gleichung (3) führt zu

$$\left[-m\cdot\omega_j^2+c\cdot i\cdot\omega_j+k\right]\cdot U_j\cdot e^{i\cdot\omega_j\cdot t}=F_j\cdot e^{i\cdot\omega_j\cdot t} \tag{5}$$

Mit den bekannten Abkürzungen

$$\omega_1^2=\frac{k}{m}$$
$$\xi=\frac{c}{2\cdot m\cdot\omega_1} \tag{6}$$

für die Eigenkreisfrequenz des Einmassenschwingers und sein Lehr'sche Dämpfungsmaß ξ erhält man die klassische Lösung

$$\left[-\omega_j^2+\frac{c}{m}\cdot i\cdot\omega_j+\frac{k}{m}\right]\cdot U_j\cdot e^{i\cdot\omega_j\cdot t}=\frac{F_j}{m}\cdot e^{i\cdot\omega_j\cdot t}$$
$$\left[-\omega_j^2+2\cdot\xi\cdot\omega_1\cdot i\cdot\omega_j+\omega_1^2\right]\cdot U_j=\frac{F_j}{m} \tag{7}$$

$$U_j=\frac{F_j}{m}\cdot\frac{1}{\omega_1^2-\omega_j^2+2\cdot\xi\cdot i\cdot\omega_1\cdot\omega_j}$$
$$=\frac{F_j}{\frac{k}{\omega_1^2}}\cdot\frac{1}{\omega_1^2-\omega_j^2+2\cdot\xi\cdot i\cdot\omega_1\cdot\omega_j} \tag{8}$$
$$=\frac{F_j}{k}\cdot\frac{1}{1-\left(\frac{\omega_j}{\omega_1}\right)^2+2\cdot\xi\cdot i\cdot\frac{\omega_j}{\omega_1}}$$

Damit ergibt sich die Verschiebungsamplitude für reelle und positive F_j

$$\left|U_j\right|=\frac{F_j}{k}\cdot\frac{1}{\sqrt{\left(1-\left\{\frac{\omega_j}{\omega_1}\right\}^2\right)^2+\left(2\cdot\xi\cdot\frac{\omega_j}{\omega_1}\right)^2}} \tag{9}$$

und die Phasenverschiebung der Verformung gegenüber der Last wird analog

$$\varphi_j = arctan \frac{2 \cdot \xi \cdot \omega_j \cdot \omega_1}{\omega_1^2 - \omega_j^2} \tag{10}$$

Aus Gleichung (9) folgt direkt der dynamische Vergrößerungsfaktor V_k bezogen auf die statische Verformung

$$V_k\left(\omega_j\right) = \frac{\left|U_j\right|}{\frac{F_j}{k}} = \frac{1}{\sqrt{\left(1-\left\{\frac{\omega_j}{\omega_1}\right\}^2\right)^2 + \left(2 \cdot \xi \cdot \frac{\omega_j}{\omega_1}\right)^2}} \tag{11}$$

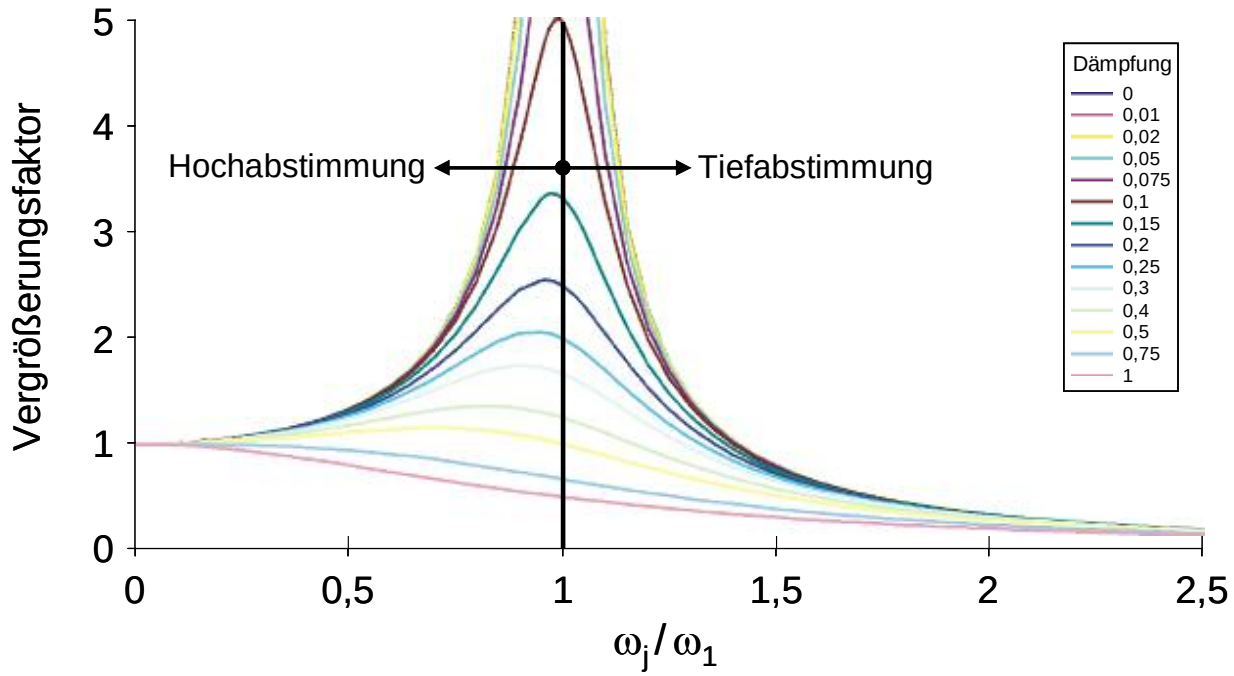


Bild 1a. Darstellung der Vergrößerungsfaktoren V_k für verschiedene Dämpfungen ξ

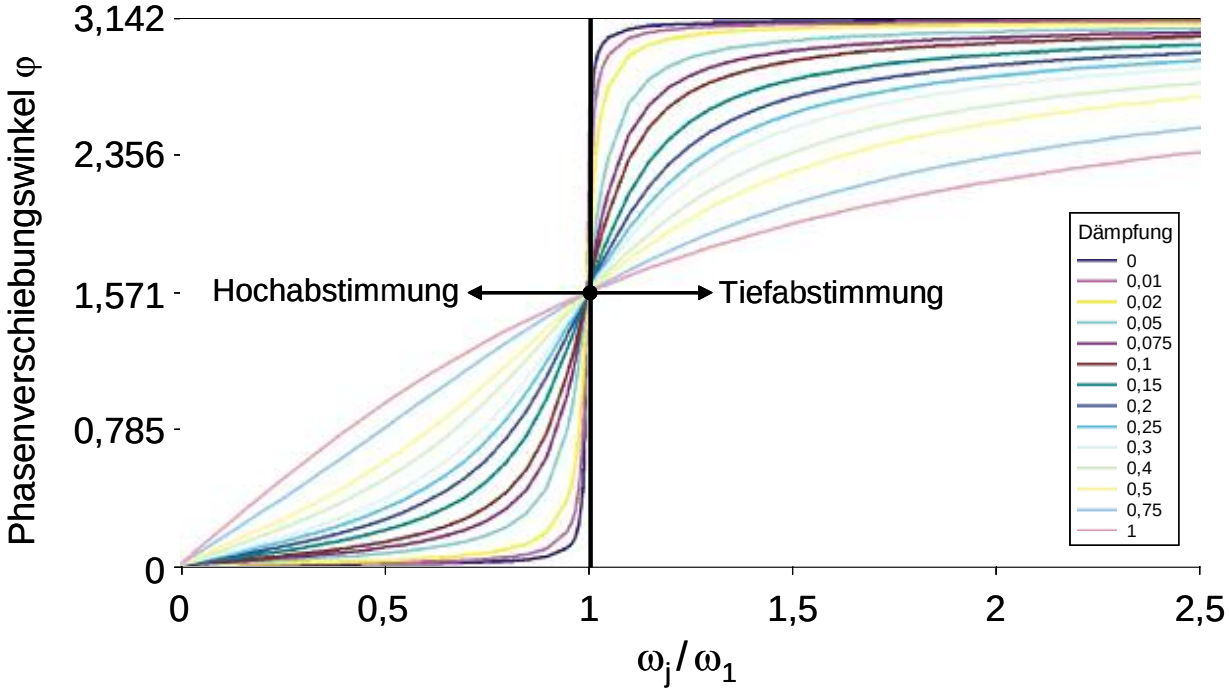


Bild 1b. Darstellung des Phasenverschiebungswinkels φ für verschiedene Dämpfungen ξ

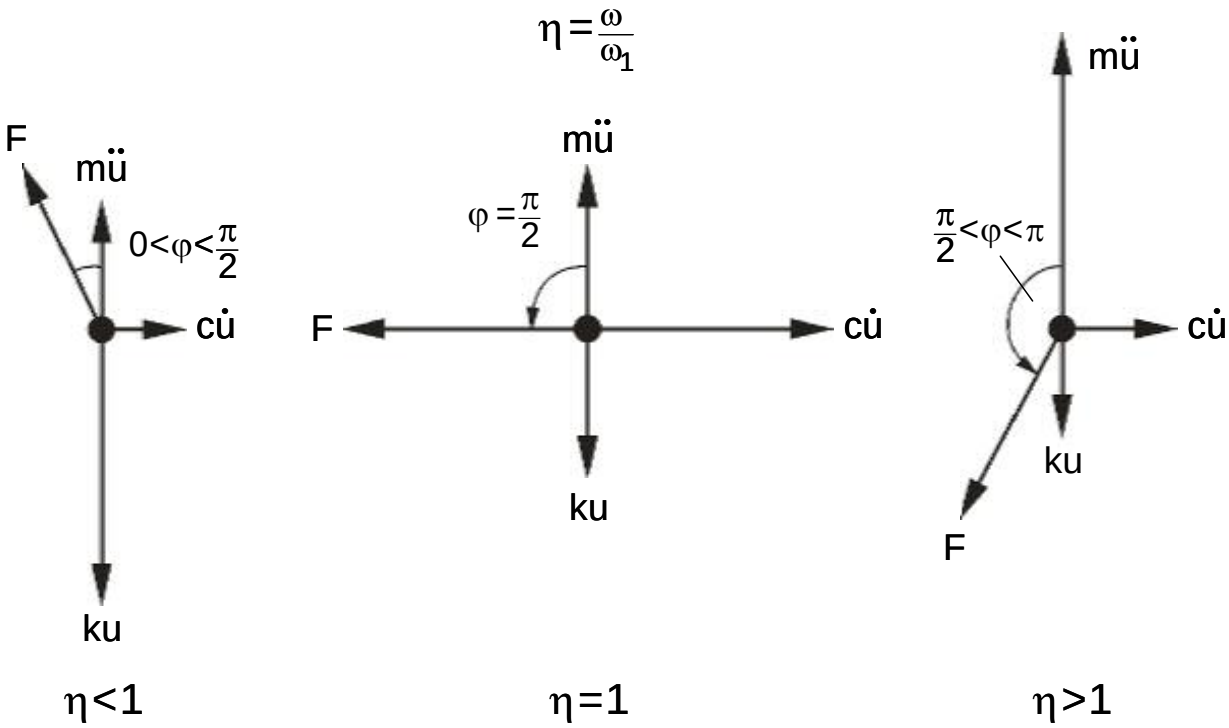


Bild 2. Kräftegleichgewicht des Einmassenschwingers Hohe Abstimmung (links), Resonanz (Mitte) und Tiefe Abstimmung (rechts)

Dämpfung

Wird ein schwingungsfähiges System ins Oszillieren versetzt, werden die Amplituden mehr oder weniger schnell abklingen bis das System wieder in den Ausgangszustand kommt. Das System ist in der Lage die Bewegungsenergie zu dissipieren. Die Energiedissipation beruht auf mehreren Phänomenen. Verantwortlich sind im Wesentlichen die nichtlinearen Materialeigenschaften (Baustoffdämpfung), die Bauteildämpfung sowie die Baugrunddämpfung. Die drei Arten der Dämpfung werden auch innere Dämpfung genannt, im Gegensatz zur äußeren Dämpfung (z.B. durch die umgebende Luft oder Wasser bei Fluss- oder Meeresbauwerken).

Die Baugrunddämpfung muss weiter in „Materialdämpfung“ und „Energieabstrahlung in den Halbraum“ unterteilt werden. Letztere resultiert aus der Tatsache, dass die von der Oberfläche ausgehenden Wellen nicht oder nur im geringen Teil reflektiert werden, d.h. die Energie wird in die „Tiefe“ verflüchtigen. Letzteres ist maßgeblich die Dämpfung bei Maschinenfundamenten, wobei die Materialdämpfung des Bodens mehr bei Systemen, die im Bereich bis zu 5 Hz schwingen, dominiert.

Im Konstruktiven Ingenieurbau ist das ***logarithmische Dekrement*** Λ die Bezugsgröße. Diese setzt sich additiv aus den drei Anteilen zusammen:

$$\begin{aligned} \Lambda &= \Lambda_1 + \Lambda_2 + \Lambda_3 \\ \Lambda_1 &= \text{Baustoffdämpfung} \\ \Lambda_2 &= \text{Bauteildämpfung} \\ \Lambda_3 &= \text{Baugrunddämpfung} \end{aligned} \tag{12}$$

Literaturstelle	Werkstoffe, Logarithmische Dekremente	δ [–]
DIN 1055 Teil 4, Abs. 2.1	Stahl- und Aluminiumkonstruktionen geschraubt (SL-Verbindung)	0,05
	Beton- und Stahlbetonkonstruktionen – Zustand I (auch Spannbeton) – überwiegend Zustand II	 0,04 0,10
	Mauerwerkkonstruktionen	0,12
	Holzkonstruktionen	0,15
DIN 4178	Glockentürme allgemein	0,10
DIN 4149	Erdbeben allgemein	0,05
DIN V ENV 1995 (EC 5)	Holzkonstruktionen	$0{,}02 \cdot \pi$ ($\triangleq \xi = 0{,}01$)
Bachmann [2]	Turn- und Sporthallen aus Holz	0,188
Seidel [25]	Straßenbrücken aus Holz 1. Biege-Eigenform 2. Biege-Eigenform 1. Torsions-Eigenform 2. Torsions-Eigenform	 0,10 ... 0,22 0,07 ... 0,18 0,16 ... 0,30 0,10 ... 0,18
Bachmann [1]	Geh- und Radwegbrücken	0,094

Bild 3. Zusammenstellungen von logarithmischen Dekrementen Λ_2 nach [GEROLD 1998]

In den Berechnungen geht üblicherweise nicht das logarithmische Dekrement ein, sondern das Lehr'sche Dämpfungsmaß ξ. Der Zusammenhang zwischen logarithmische Dekrement Λ und dem Lehr'sche Dämpfungsmaß ξ ist

$$\xi = \frac{\Lambda}{2\pi} \tag{13}$$

Angaben zur Größe des logarithmischen Dekrements enthält Bild 3. Man erkennt, dass die Bauteildämpfung ohne zusätzliche Maßnahmen recht gering ist. Bei Schwingungsuntersuchungen ist, hinsichtlich des Ansatzes von Dämpfungswerten, zwischen Untersuchungen bezüglich der Tragfähigkeit und denen der Gebrauchstauglichkeit zu unterscheiden. Da im Gebrauchszustand in der Regel keine oder nur sehr geringe Plastifizierungen eintreten, sind eher die unteren Dämpfungswerte in Ansatz zu bringen. Hingegen sind beim Nachweis der Tragfähigkeit infolge der maximalen Einwirkungen die oberen Dämpfungswerte zu berücksichtigen.

2 Beispiele für Einwirkungen

2.1 Glockenlasten – Harmonische Einwirkungen

Für die Einwirkungen aus Glockenläuten gilt DIN 4178, die aktuell überarbeitet wird. Bei neuen Geläuten liegen die Klöppelanschlagzahlen zwischen 57 und 72 Anschlägen pro Minute. Die Erregerkreisfrequenz bzw. Glockenschwingfrequenz der i-ten Harmonischen beträgt demnach

$$\begin{aligned} \omega_i &= i \cdot \pi \cdot A / 60 \quad (rad/s) \\ &\quad bzw. \\ f_i &= \omega_i / 2 \cdot \pi \qquad (Hz) \\ &= i \cdot A / 120 \end{aligned} \tag{14}$$

mit $A =$ Anzahl der Klöppelschläge pro Minute

Für eine dynamische Untersuchung sind bei den üblichen Glocken mit einem Läutwinkel zwischen 70° und 90° die 1. und 3. Harmonische der Glockeschwingung zu berücksichtigen (die 2. und 4. Harmonischen bringen Lastanteile in vertikaler Richtung). Mit den Schlagzahlen ergibt sich eine 3. Harmonische Frequenz von ca. $3 \cdot 60 / 120 = 1.5$ Hz, die mit der 1. Eigenfrequenz des Turmes (Rotationseigenfrequenz, elastische Einspannung am Boden) ungünstigst zusammentreffen kann. Dies würde unweigerlich zu Resonanzen führen. Daher wurde in der Norm festgelegt, dass für Neubauten eine Hochabstimmung gegenüber der 3. Harmonischen anzustreben ist.

Hinweise zu diesem Thema finden sich insbesondere in [MÜLLER 1968], [MILBRANDT, GEROLD 1994] oder [STEINER 2001].

Bild 4a. Beispiel Kirche Mehrnbach: Ansicht der Kirche

Bild 4b. Beispiel Kirche Mehrnbach: Messstation

Bild 4c. Beispiel Kirche Mehrnbach: Erreger

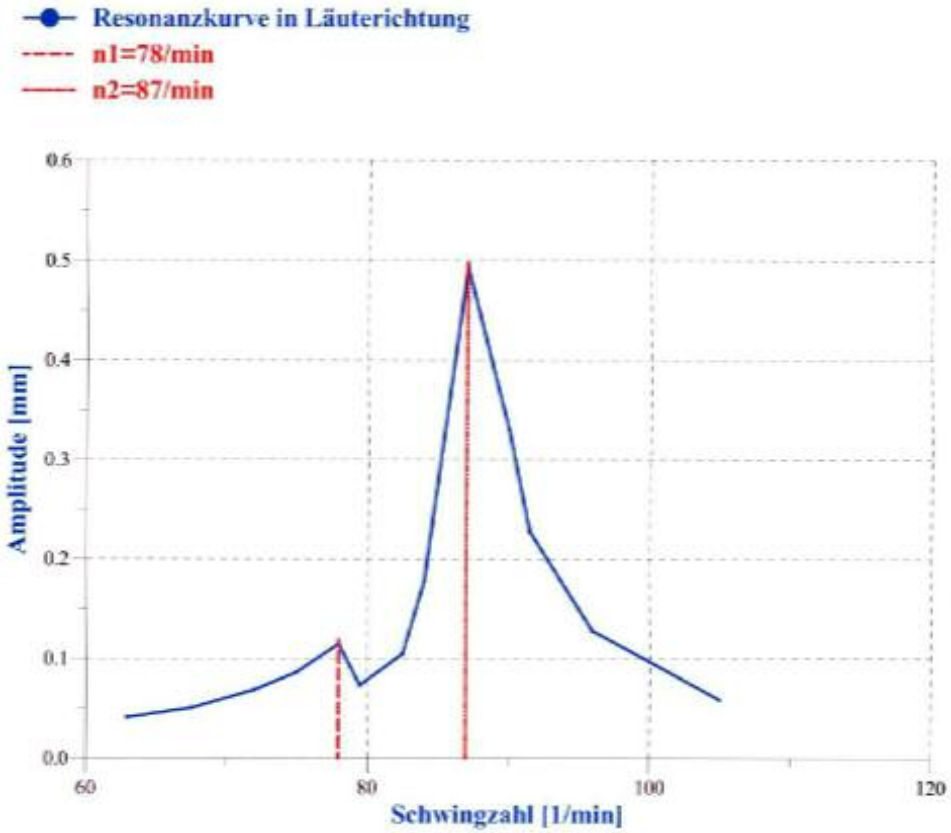


Bild 4d. Beispiel Kirche Mehrnbach: Resonanzkurve in Läuterichtung

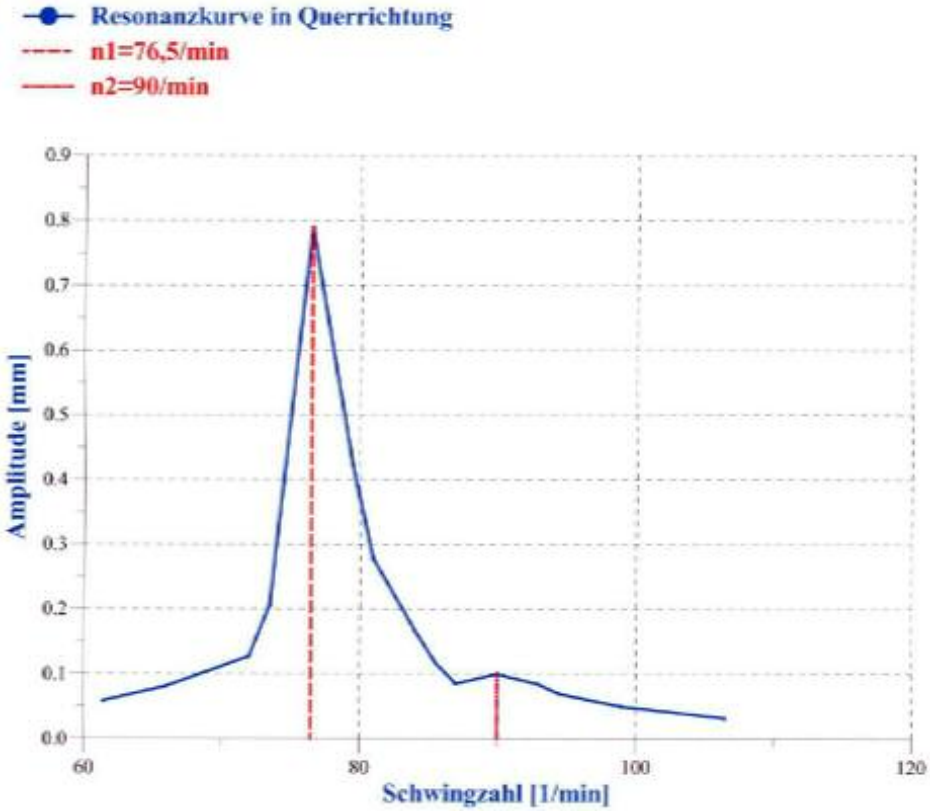


Bild 4e. Beispiel Kirche Mehrnbach: Resonanzkurve in Querrichtung

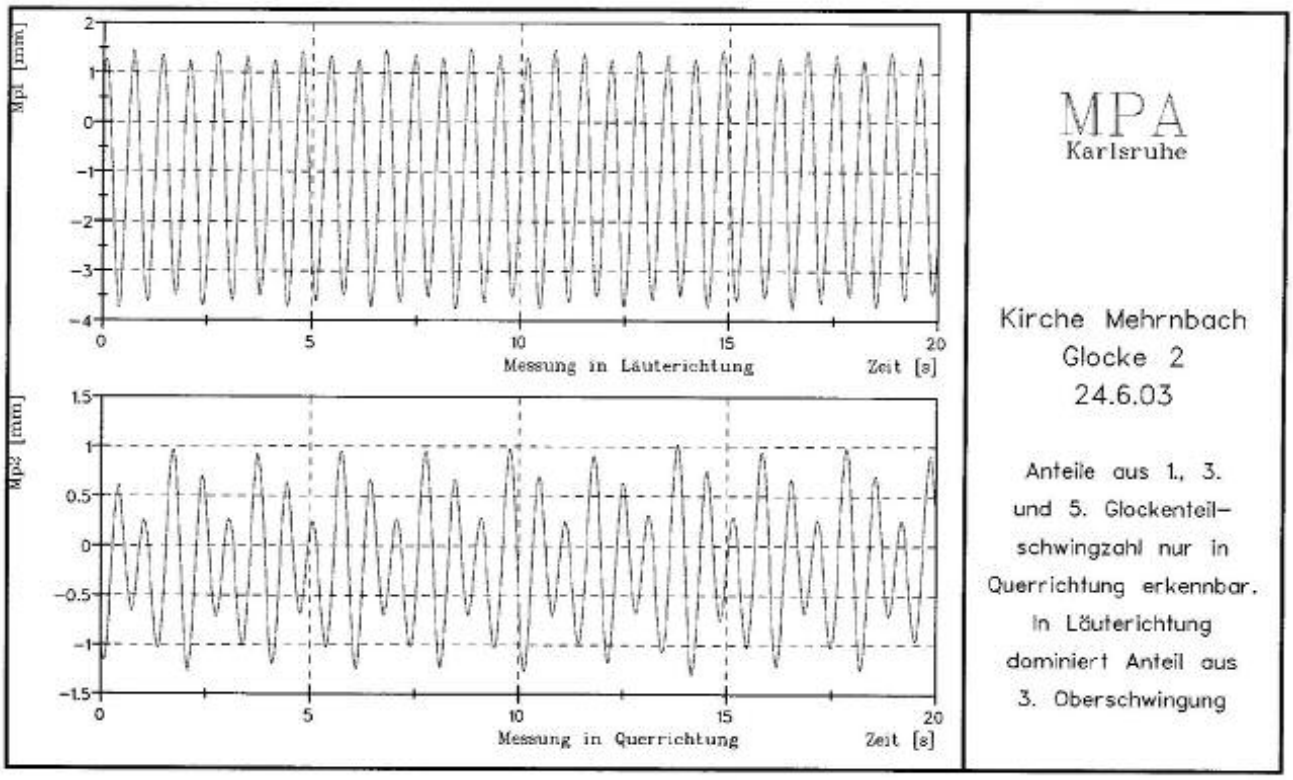


Bild 4f. Beispiel Kirche Mehrnbach:
Verformungsmessungen, Anteile aus 1., 3. und 5. Glockenteilschwingung nur in Querrichtung erkennbar. In Läutrichtung dominiert Anteil aus der 3. Oberschwingung

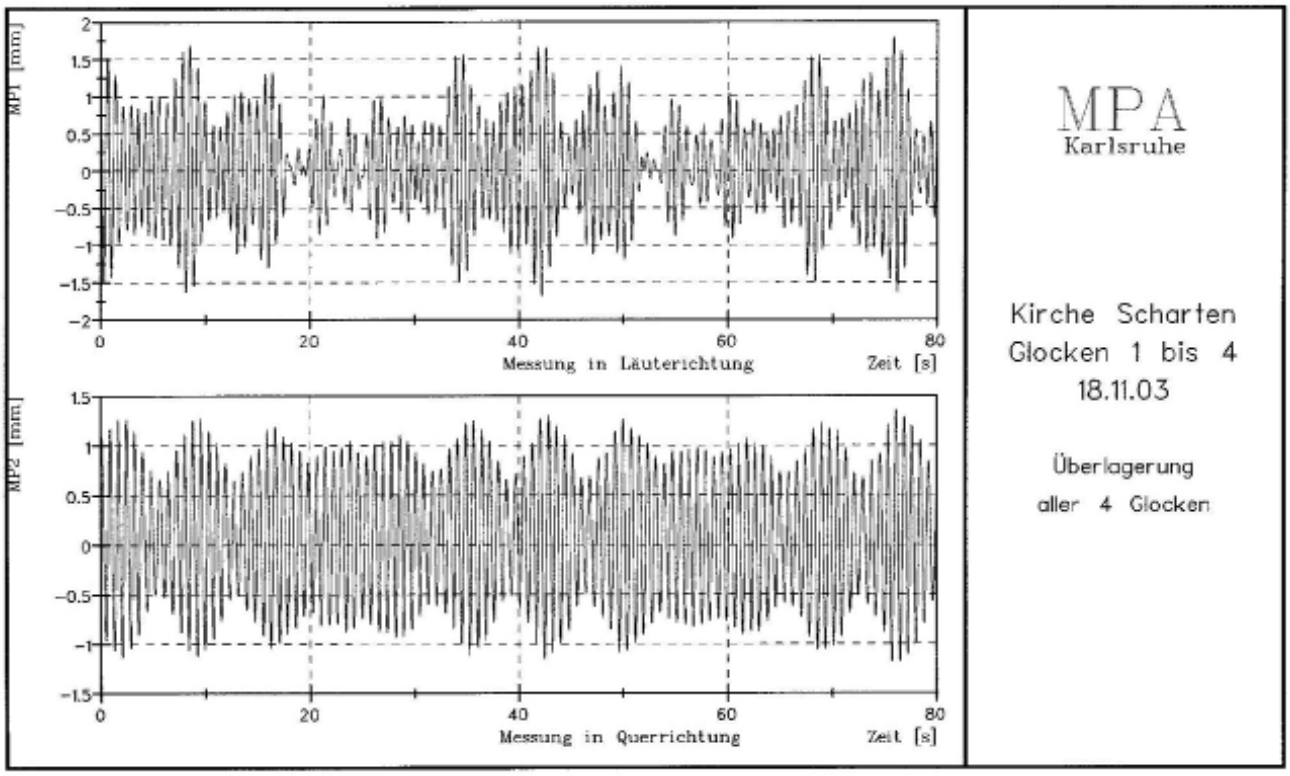


Bild 4g. Vergleich Beispiel Kirche Scharten:
Verformungsmessungen, Überlagerung aller 4 Glocken

2.2 Menscheninduzierte Schwingungen – Harmonische Einwirkungen

Von Menschen können beim Gehen, Laufen, Tanzen, rhythmischen Hüpfen, Turnen oder Klatschen dynamischen Schwingungen induziert werden [siehe insbesondere BACHMANN]. Entsprechend dem möglichen Synchronisierungsgrad ist zu unterscheiden zwischen:

- Laufen und Gehen einer Einzelperson
- Laufen und Gehen einer Personengruppe
- Synchrone rhythmische Übungen einer Personengruppe.

Die Häufigkeitsverteilung der Schrittfrequenz bei normalen Gehen sowie normalen bis raschem Laufen kann Bild 5 entnommen werden. Danach ergeben sich Frequenzen von ca. 2 Hz beim normalen Gehen bis zu 5 Hz bei raschem Laufen.

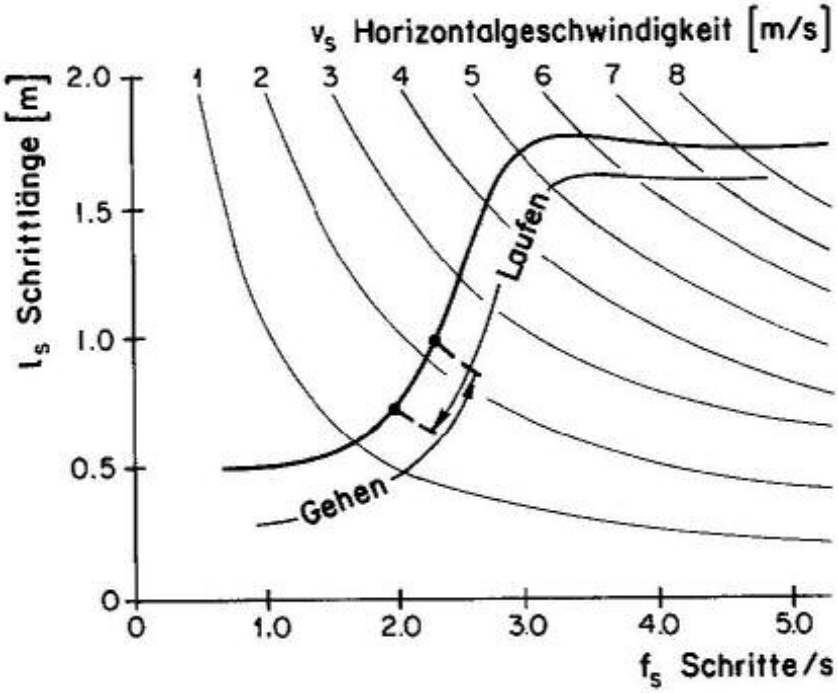


Bild 5. Geschwindigkeit der Fortbewegung sowie Schrittlänge beim Gehen und Laufen nach [BACHMANN, AMMANN 1987]

Aus Bild 6 kann der Zusammenhang zwischen Schrittfrequenz, Maximallast und Kontaktdauer abgelesen werden. Deutlich erkennt man, dass eine sehr kurze Kontaktdauer t_P nötig ist, um die maximale Überhöhung zu erreichen.

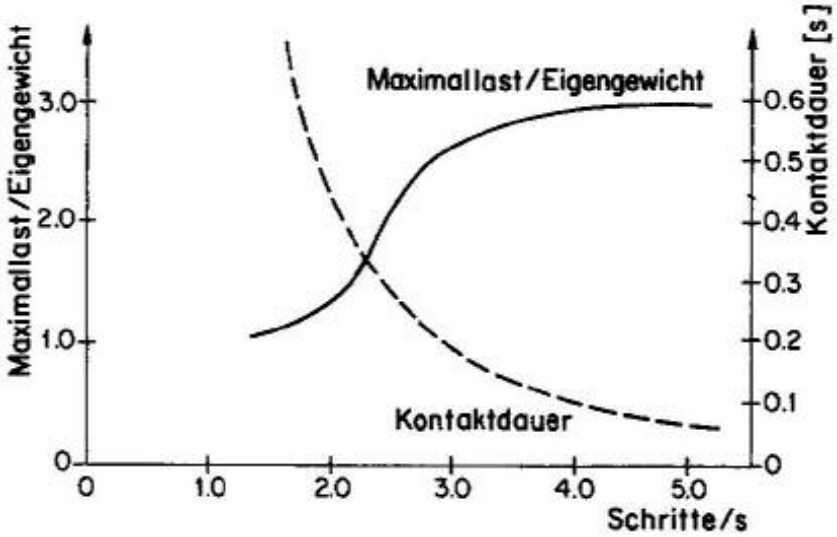


Bild 6. Kontaktdauer und dynamischer Überhöhungsfaktor beim Gehen und Laufen nach [BACHMANN, AMMANN 1987]

Der Verlauf der Last über die Zeit kann vereinfachend als ein Halbsinus-Modell angenommen werden (Bild 7), dass wie folgt beschrieben werden kann

$$F_P(t) = \begin{cases} k_P \cdot G \cdot sin\left(\dfrac{\pi \cdot t}{t_P}\right) & \text{für } t \le t_P \\ 0 & \text{für } t_P < t \le T_P \end{cases} \tag{15}$$

mit k_p = Dynamischer Stossfaktor

G = Eigengewicht des Läufers

t_p = Kontaktdauer

T_p = Schrittdauer $\left(\dfrac{1}{f_s}\right)$

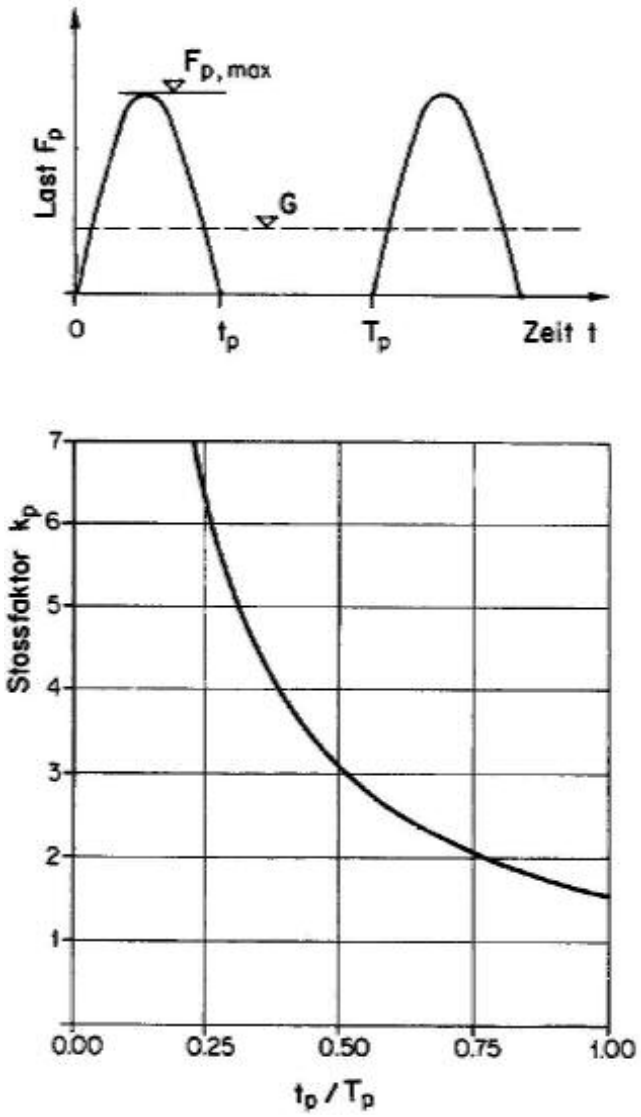


Bild 7. Halbsinus Modell (oben) und Dynamischer Stossfaktor beim Laufen und Hüpfen an Ort nach [BACHMANN, AMMANN 1987]

Für die dynamische Berechnung wird Gleichung (13) als Summe von Eigengewicht G und ***harmonischen Lastanteilen*** Δ_i zerlegt:

$$F_P(t) = G + \sum_{i=0}^{\infty} \Delta G_i \cdot cos\left[2 \cdot \pi \cdot i \cdot f_s \cdot \left(t - \frac{t_P}{2 \cdot i}\right)\right] \tag{16}$$

mit f_s = Schrittfrequenz

In Bild 8 sind die Lastanteile der einzelnen Harmonischen für die ersten vier Lastanteile wiedergegeben. Man erkenntlich deutlich, dass bei kleinen Werten von t_P / T_P die höheren Harmonischen noch deutliche Anteile liefern.

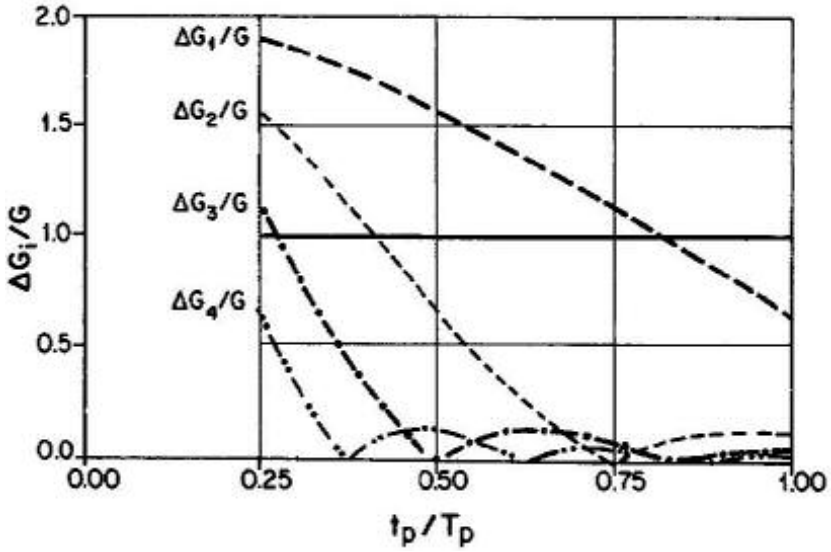


Bild 8. Lastanteile (Amplituden) der einzelnen Harmonischen beim Halbsinus-Modell nach [BACHMANN, AMMANN 1987]

- ***Beispiel Stadion Köln-Müngersdorf***

Der Entwurf von Tribünenkonstruktionen für Sportstadien in Deutschland erfolgte im Rahmen der DIN 1055, Teil 3 (Ausgabe 1971) ausschließlich mit rein statischen Lasten. Mit Einführung der neuen DIN 1055 Teil 3 wird eine Bemessung mit einer statischen Einwirkungen nicht erlaubt sein. In dem Entwurf der neuen Norm wird ausdrücklich gefordert, dass Tragwerke, die durch Menschen zu Schwingungen angeregt werden können, gegenüber den auftretenden Resonanzeffekten sicher auszulegen sind. Detaillierte Hinweise zu verwendenden Lastmodellen sowie Empfehlungen, ab welcher Mindestfrequenz Resonanzeffekte weitestgehend vermieden werden müssen, fehlen allerdings. Eine Aufgabe des Tragwerksplaners es ist daher, bereits im Entwurfsstadium die notwendigen Lastansätze selbständig anzufertigen. Dabei stellt sich, insbesondere bei Stadien, die auch für Open-Air-Konzerte genutzt werden sollen, die Frage welche dynamischen Lasten durch das Publikum zu erwarten sind. Das Publikum verhält sich bei derartigen Veranstaltungen nicht passiv, sondern wird bewusst in die Veranstaltung mit eingebunden. Gerade bei Großveranstaltungen wird mit Hilfe von besonders geschultem Personal, die Stimmung „auf den Punkt“ gebracht - im Wesentlichen durch:

- Rhythmisches Klatschen oft mit steigernder Frequenz,
- Singen, Klatschen und synchrones Hüpfen,
- Wippen in den Knien und gleichzeitiges rhythmisches Klatschen,
- Frenetisches Klatschen verbunden mit Fußstampfen,
- Singen zusammen mit Schunkeln.

Im Jahre 1987 wurden erstmals bei einem Open-Air-Konzert im Köln-Müngersdorfer-Stadion spürbare Schwingungen der Tribünenstufen festgestellt. Um die Ursachen besser erfassen zu können wurde ein umfangreiches Messprogramm aufgestellt. Mit Hilfe dieser Untersuchungen sollte ein geeignetes Sanierungskonzept aufgestellt werden.

In Bild 9a ist ein Schnitt durch die Tribüne dargestellt. Bei dem ausgeführten statischen System handelt es sich um eine Spannbetonlösung, wobei insbesondere die Rahmen extremen Beanspruchungen ausgesetzt sind. Daher wurde die Frage gestellt, ob möglicherweise die Sicherheit oder die Gebrauchstauglichkeit nicht ausreichend ist. Das Institut für Massivbau und Baustofftechnologie der Universität Karlsruhe wurde beauftragt, ein umfangreiches Messprogramm durchzuführen. Zu diesem Zweck wurde das Stadion in drei Bereiche aufgeteilt (Bild 9b):

a. Bereich 1: Haupt- und Gegentribüne
b. Bereich 2: Kurven
c. Bereich 3: Nebentribünen

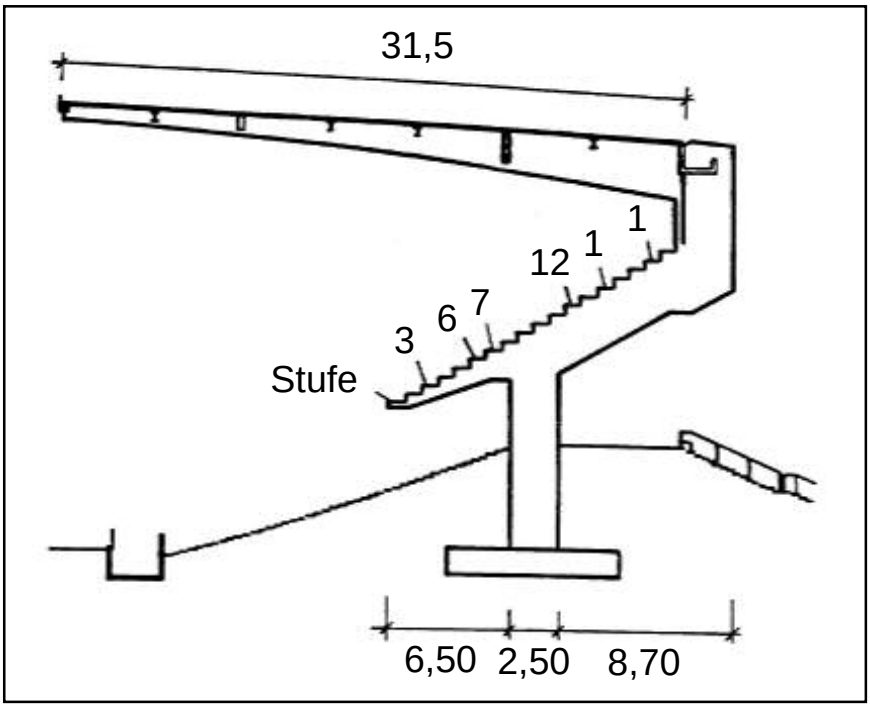
Systematisch wurden Hüpfversuche in den einzelnen Bereichen durchgeführt. Daneben wurde die Hüpffrequenz als auch die Aufstellungsschema variiert (Bild 9c). Mit einer Messanlage wurde die Messgrößen Verformung, Geschwindigkeit und Beschleunigung registriert (Bild 9d). In Bild 9e sind exemplarisch einige Ergebnisse wiedergegeben. Deutlich erkennt man, dass die Maximalverformung bei einer „Vollbelegung“ der Stufe mit ca. 8 Personen erreicht wird (Messung 9 bis 19).

Als dringende Maßnahme wurde damals festgelegt, dass ein Online-Monitoring während der Open-Air-Veranstaltung durchgeführt wird. Es wurden Grenzwerte festgelegt, bei denen die Veranstaltung kurzfristig unterbrochen werden sollte, um eine „Panik“ der Zuschauer zu vermeiden. Zu diesem Zweck wurden Beschleunigungs- und Verformungsmessungen während der gesamten Veranstaltung laufend durchgeführt und mit dem zulässigen Grenzwert verglichen. Zu keiner Zeit wurden die Grenzwerte auch nur annähernd erreicht.

In Bild 9g sind die Ergebnisse eines Open-Air-Konzertes des Sängers „Wolfgang Petry“ während des Liedes „Wahnsinn“ zusammengestellt. Deutlich erkennt man, dass die erste Harmonische bei 2.2 Hz liegt. Die zweite Harmonische, die bei der doppelten Frequenz (4.4 Hz) gemessen wurde, ist jedoch die dominante Frequenz. Während des Liedes wurde eine maximale Beschleunigung von ca. 1 mm / s^2 gemessen. In Bild 9h sind die gerade am Anfang des Liedes gemessenen Maximalwerte größer dargestellt. In dieser Auflösung erkennt man der ersten zwei Harmonischen als auch die Dominanz der zweiten Harmonischen.

In Bild 9i ist als Vergleich ein Ergebnis des „Tina Turner“ Konzertes wiedergegeben. Hier erkennt man, dass im Gegensatz zum vorherigen Beispiel lediglich die erste Harmonische einen wesentlichen Beitrag leistet und dass die maximale Beschleunigung unter 1 mm / s^2 liegt.

Eine Überschreitung einer wirklich kritischen Beschleunigungsamplitude, die entweder die Tragsicherheit gefährdet oder die Sicherheit der Zuschauer, kann mit den heutigen Messmethoden wirtschaftlich verhindert werden. In keiner der Messreihen wurden nur annähernd die kritischen Werte erreicht.



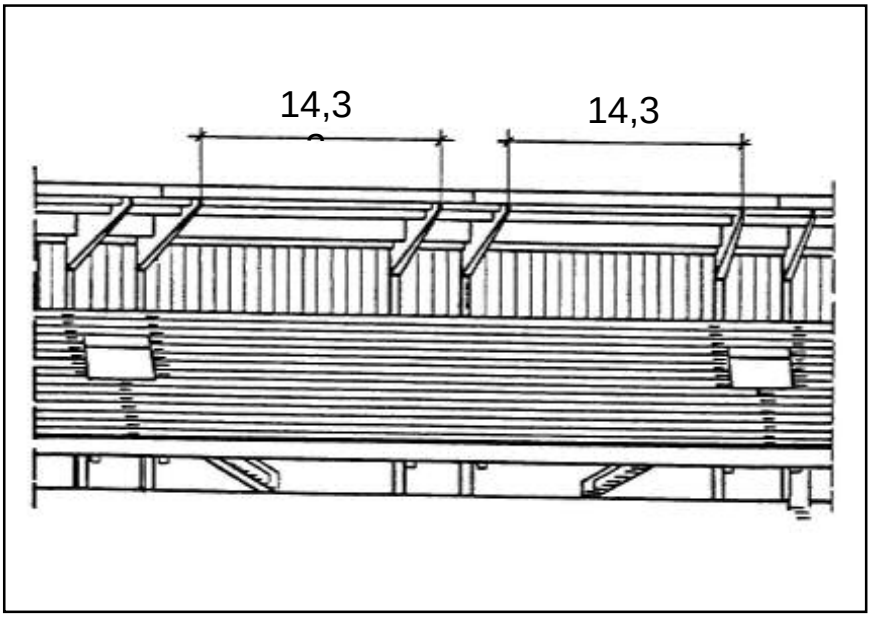


Bild 9a. Beispiel Stadion Köln-Müngersdorf:
Schnitt durch die Tribünen (oben)
Ansicht von Innen (unten)

Lage der Messpunkte

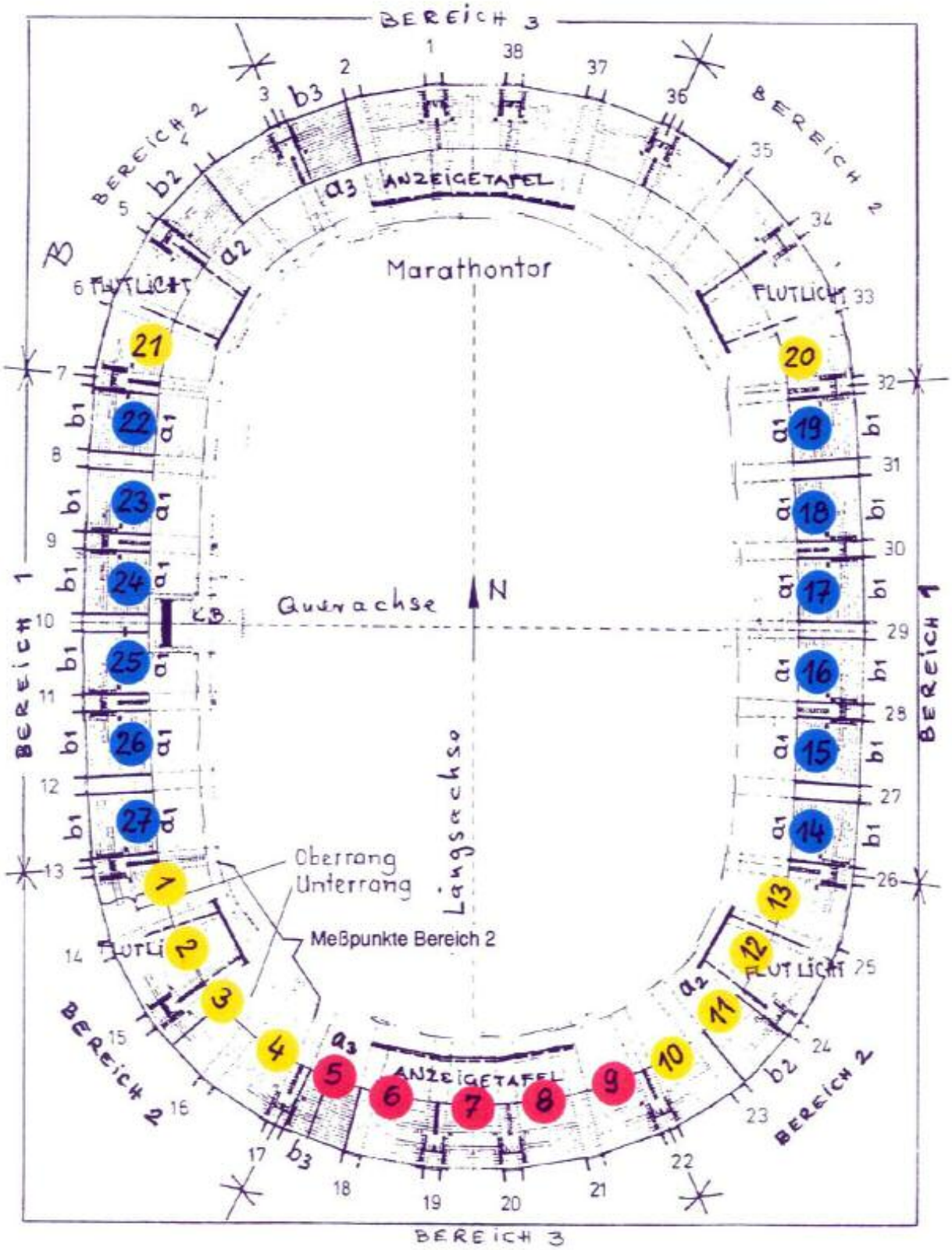


Bild 9b. Beispiel Stadion Köln-Müngersdorf:
Grundriss des Stadion mit den eingeteilten Bereichen

Bild 9c. Beispiel Stadion Köln-Müngersdorf: Hüpfversuche

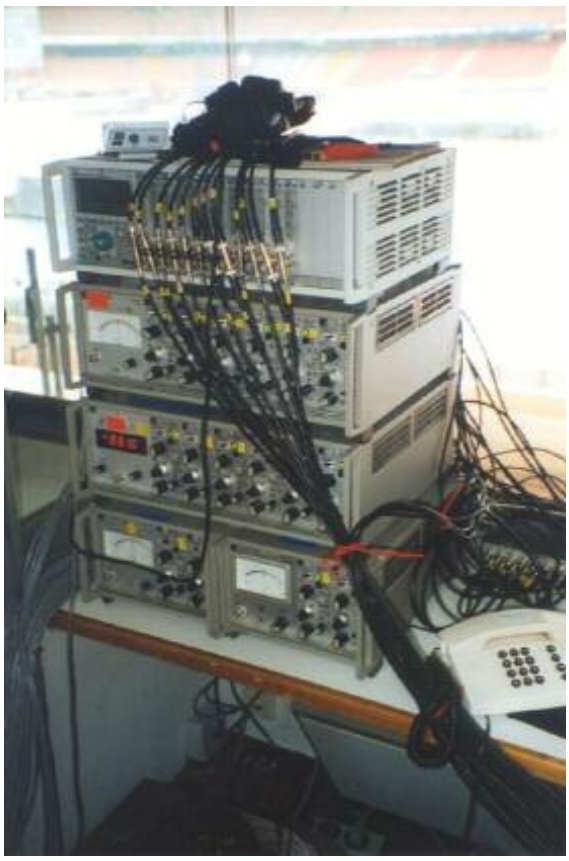


Bild 9d. Beispiel Stadion Köln-Müngersdorf: Messanlage

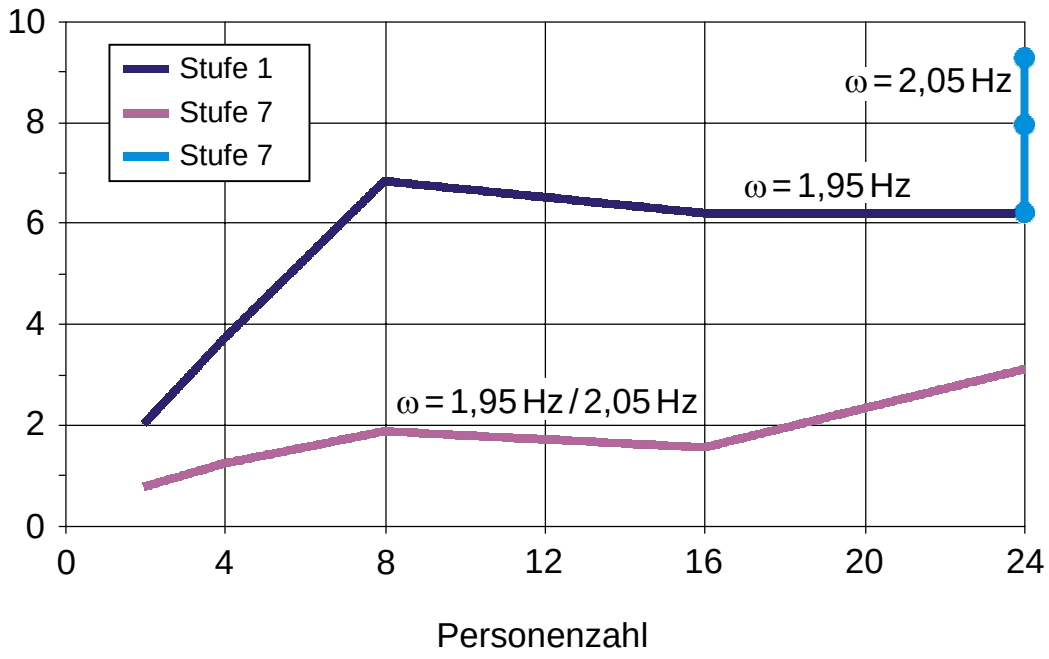


Bild 9e. Beispiel Stadion Köln-Müngersdorf: Ergebnisse der Hüpfversuche,
Anzahl der Personen mit den dazugehörigen Verformungen in [mm]

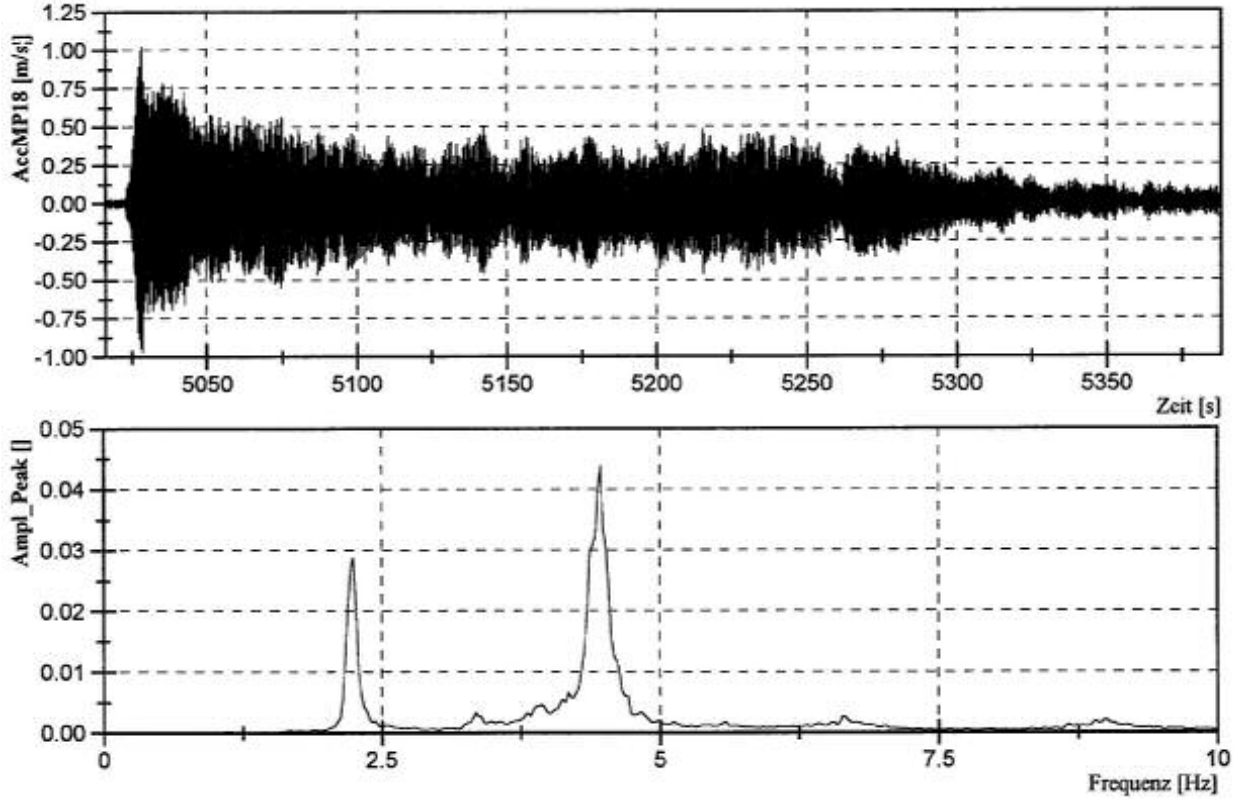


Bild 9f. Beispiel Stadion Köln-Müngersdorf: „Wolfgang Petry - Lied Wahnsinn“

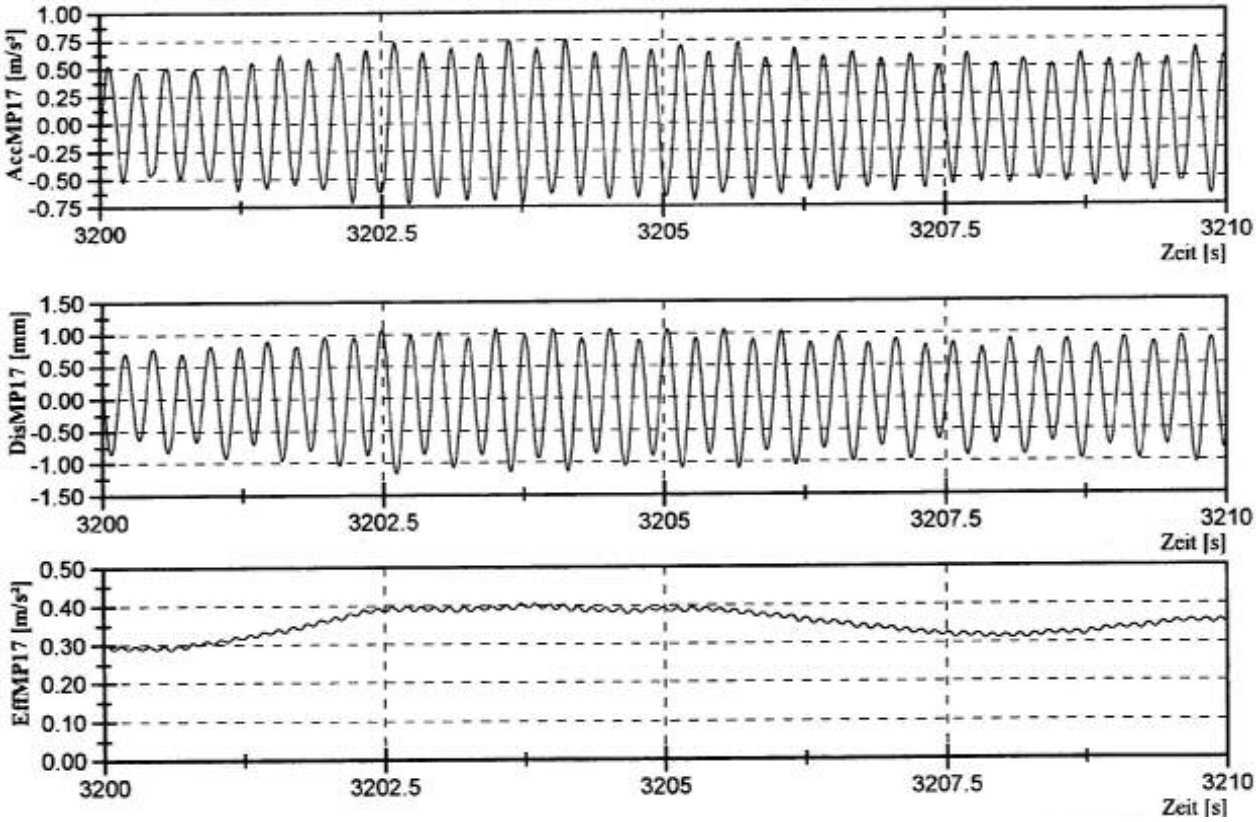


Bild 9h. Beispiel Stadion Köln-Müngersdorf: „Wolfgang Petry - Lied Wahnsinn (Ausschnitt)“

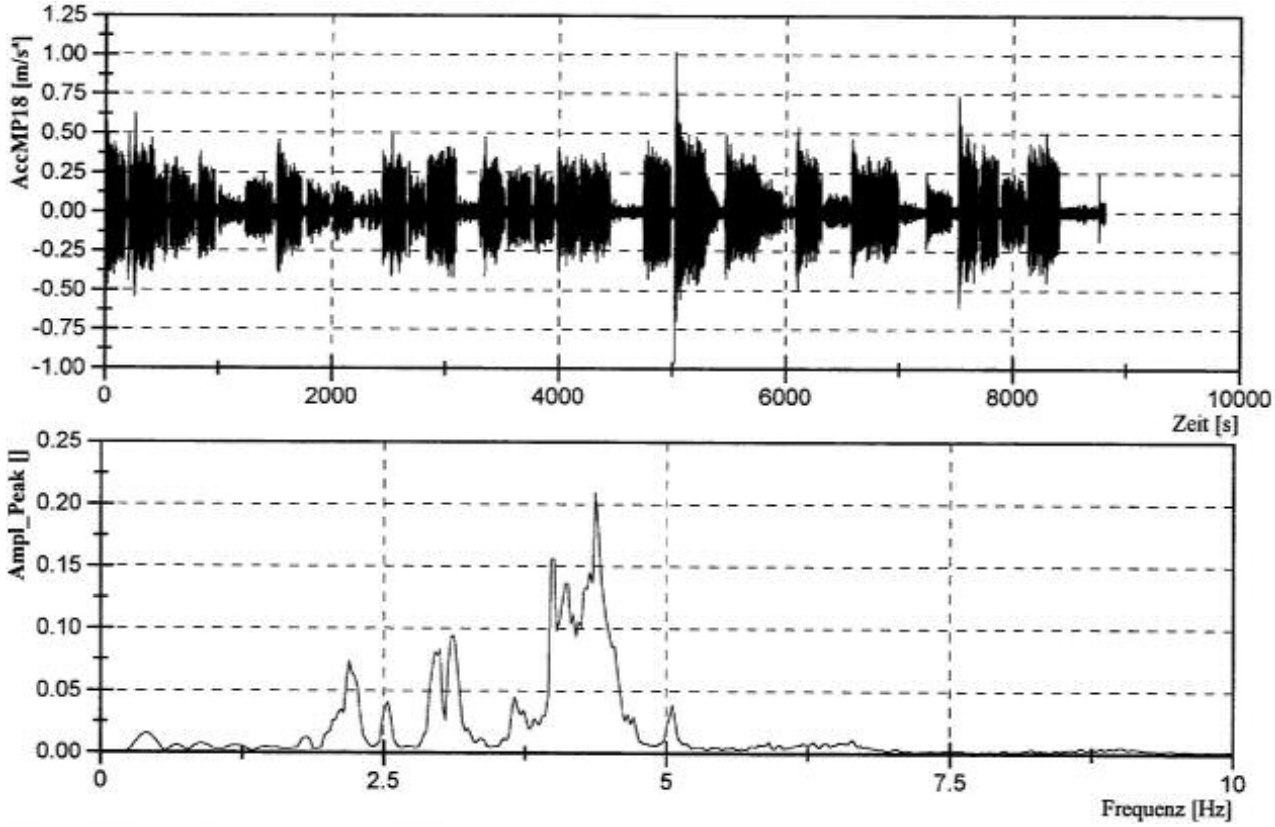


Bild 9i. Beispiel Stadion Köln-Müngersdorf: „Wolfgang Petry – Gesamtkonzert“

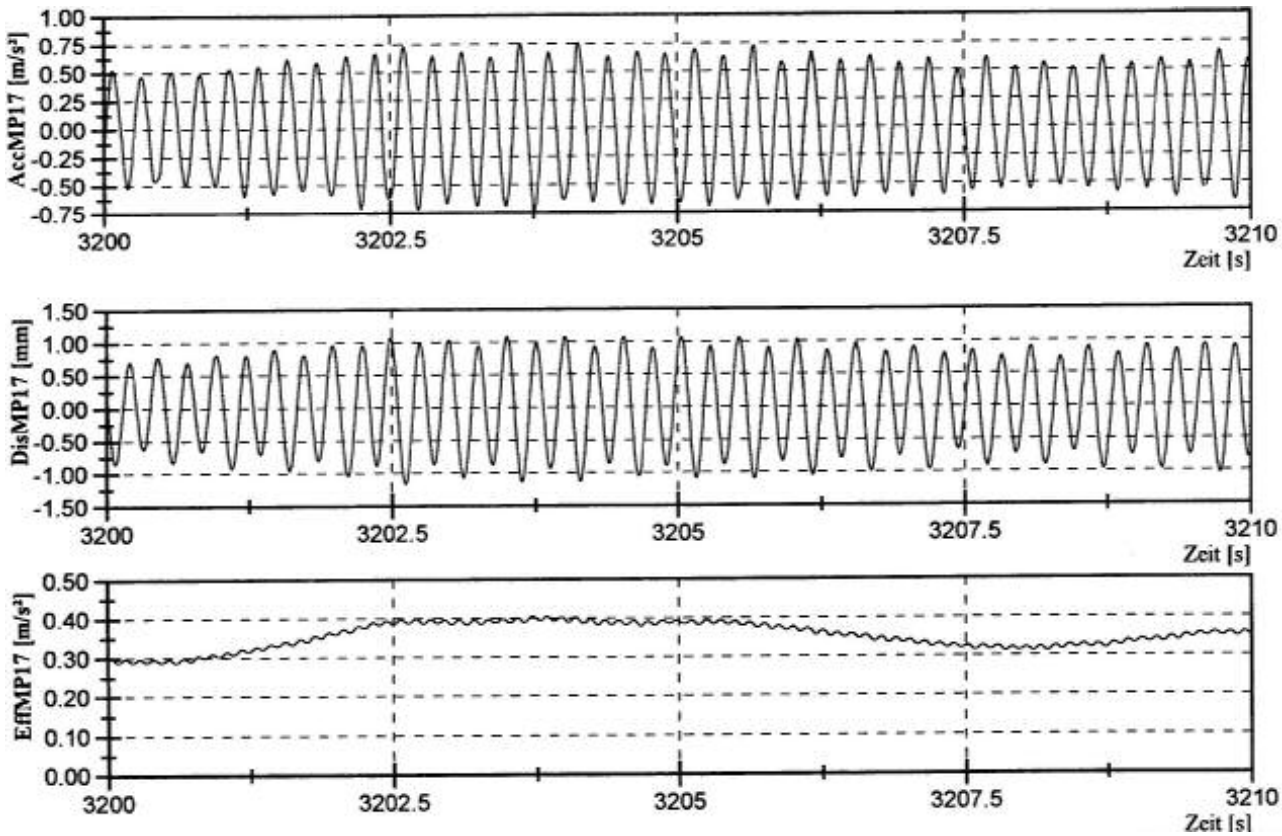


Bild 9j. Beispiel Stadion Köln-Müngersdorf: „Tina Turner“ zum Vergleich

2.3 Anregung von Brückenkonstruktionen – „Schlanke Konstruktionen“

2.3.1 Allgemeines

Fußgängerbrücken können sowohl durch Menschen, als auch durch Windböen dynamisch beansprucht werden. Beide Einwirkungen verursachen sowohl vertikale als auch horizontale Anregungen. Ein Fußgänger z.B. erzeugt beim Gehen mit der Erreger- oder Einschrittfrequenz f_s (vgl. Abs. 2.2, [BACHMANN, AMMANN 1987]) vertikale und in der halben Schrittfrequenz (sog. Doppelschrittfrequenz) quer zur Gehrichtung horizontale periodische Einwirkungen. Erregerfrequenzen über 3,5 Hz treten danach kaum auf.
Brückenbauwerke sind für Horizontalschwingungen dann anfällig, wenn sie nur für geringe Beanspruchungen, z.B. aus Abtriebs- oder Stabilisierungskräften, ausgelegt wurden. Bei unbeabsichtigten Resonanzzuständen können dann durchaus Überschreitungen der Tragfähigkeiten auftreten, da bei schwach gedämpften Systemen das Verhältnis zwischen der effektiv einwirkenden statischen Ersatzlast und dem Maximalwert der angegebenen dynamischen Einwirkung bis zu einem Vergrößerungswert $V = 30$ betragen kann.

In vielen Fällen können allerdings vereinfachte ingenieurmäßige Abschätzungen (Bild 33) brauchbare Ergebnisse liefern. Durch die Bestimmung der Eigenfrequenzen von Bauteilen und ihre anschließende Bewertung im Hinblick auf eine mögliche Anregung können problematische Bereiche eines Bauwerks rasch erkannt werden.

Bild 10. Einer der beiden schwingungsgefährdeten Treppenkonstruktionen im Inneren der neuen Kinder- und Frauenklinik in Karlsruhe

Bild 10 zeigt eine filigrane, abgehängte Treppenkonstruktion im Foyer der 2003 fertig gestellten Kinder- und Frauenklinik Karlsruhe. Die Auflagerung erfolgt durch Einbauteile in die Decke über 1. und 2. OG sowie über einen von der Dachdecke abgehängten Querträger im Bereich des Zwischenpodestes. Die Treppe besteht aus einem „Kasten“ aus Flachblechen, d. h. die seitlichen Wangen und die gekanteten Stufen bestehen aus miteinander verschweißten Flachblechen. In regelmäßigen Abständen (Stufenraster 33 cm bzw. 40 cm im Bereich des Zwischenpodestes) wurden umlaufend außen Pfosten senkrecht zum Kasten angeschweißt, um die Stabilisierung der Blechwangen und den Abtrag der Holmlasten zu gewährleisten. Die horizontale Aussteifung der Treppe erfolgt über das gekantete Blech der Stufen.
Die Berechnungen umfassten auch die Ermittlung der ersten drei Eigenfrequenzen, um eine Abschätzung über das Schwingungsverhalten der Treppe zu gewinnen.
Hinsichtlich der Schwingungsuntersuchungen wurde eine überschlägige Vergleichsberechnung ohne Berücksichtigung des Einflusses der lastweiterleitenden Bauteile durchgeführt. Unter Berücksichtigung der ständigen Lasten der Stahlkonstruktion ergab sich die kleinste Eigenfrequenz von ca. 12,1 Hz. Bei zusätzlichem Ansatz von 20% der Verkehrslast betrugen diese nur noch ca. 11,0 Hz. Der Lastfall Volllast wurde nicht untersucht, da es sich hierbei sowohl um ein eher seltenes Ereignis handelt, als auch ein dynamisches Laufen bei 5 Personen pro m2 nicht mehr möglich ist.

Bei der Abschätzung der 1. Eigenfrequenz derartiger Konstruktionen mit den in Bild 33 angegebenen Formeln sind als Nutzlast 1 bis maximal 3 Personen in Ansatz zu bringen (siehe hierzu auch Bild 9e). Messungen haben dies wiederholt bestätigt. So führte z.B. nicht weit von der Stadthalle Leonberg entfernt der sog. Blaue Steg über die Römerstraße am LEO-Center (Bild 11). Vier Jahre nach der Erstellung kam es 1977 zu Klagen der Bewohner des angrenzenden sechsgeschossigen Wohn- und Geschäftsgebäudes – obwohl es augenscheinlich keine Verbindung der beiden Baukörper gab. Man fand heraus, dass die 1. Eigenfrequenz des Fußgängersteges bei 2,9 Hz und diejenige des Wohn- und Geschäftshauses zwischen 2,74 und 3,04 Hz lag. Beide Bauwerke waren über Pfähle in dem stark bindigen Baugrund gegründet und eines der beiden Brückenwiderlager stand auf einem Regenüberlaufbecken. Ein Kind konnte beim Überqueren des Steges diesen in Schwingungen und über die Membranwirkung des Regenüberlaufbeckens den bindigen Boden in Resonanz versetzen! Da eine "Verstimmung" des Gebäudes ausschied, wurden die Eigenfrequenzen der Brücke durch Einbau eines Pfeilers im Grünstreifen deutlich erhöht.

Alternativ wäre es möglich gewesen, Schwingungs-Dämpfer oder –Tilger einzubauen. Bei Brücken, Türmen empfiehlt es sich, die Verwendung von Dämpfern, Schwingungstilger oder gar einer aktiven Gegensteuerung zwar einzuplanen, mit der Entscheidung eines Einbaus aber die Erfahrungen am fertigen Bauwerk abzuwarten. In den Berechnungen kann dies durch den Ansatz eines "effektiven Logarithmischen Dekrements Λ_{eff}" berücksichtigt werden (siehe [GEROLD 1998]), d.h. ein Schwingungstilger mit einer Masse von ca. 2% bis 5% der Tragwerksmasse ergibt im Allgemeinen eine ausreichende Dämpfungswerte (z.B. $\Lambda_{eff} \approx 0{,}31$ gegenüber $\Lambda_{eff} \approx 0{,}10$ nach Bild 3).

Bild 11. Ehemaliger Blauer Steg in Leonberg
mit nachträglich eingefügter Zwischenstütze

2.3.2 Wirkungsweise von Schwingungsdämpfern

Bild 12a zeigt einen Dämpfer der Fa. Gerb, wie er bei der Neuen Messe Karlsruhe (NMK) eingebaut wurde, um ein Flattern der Tonnendächer mit 80 m freier Bogenlänge zu verhindern. Der Einbau erfolgte zwischen den Giebelwänden der Hallensegmente und den zugehörigen Endquerträgern, auf welchen die Holzdachkonstruktion auflagert.

Bild 12a. Schwingungsdämpfer der Fa. Gerb für die Neue Messe Karlsruhe

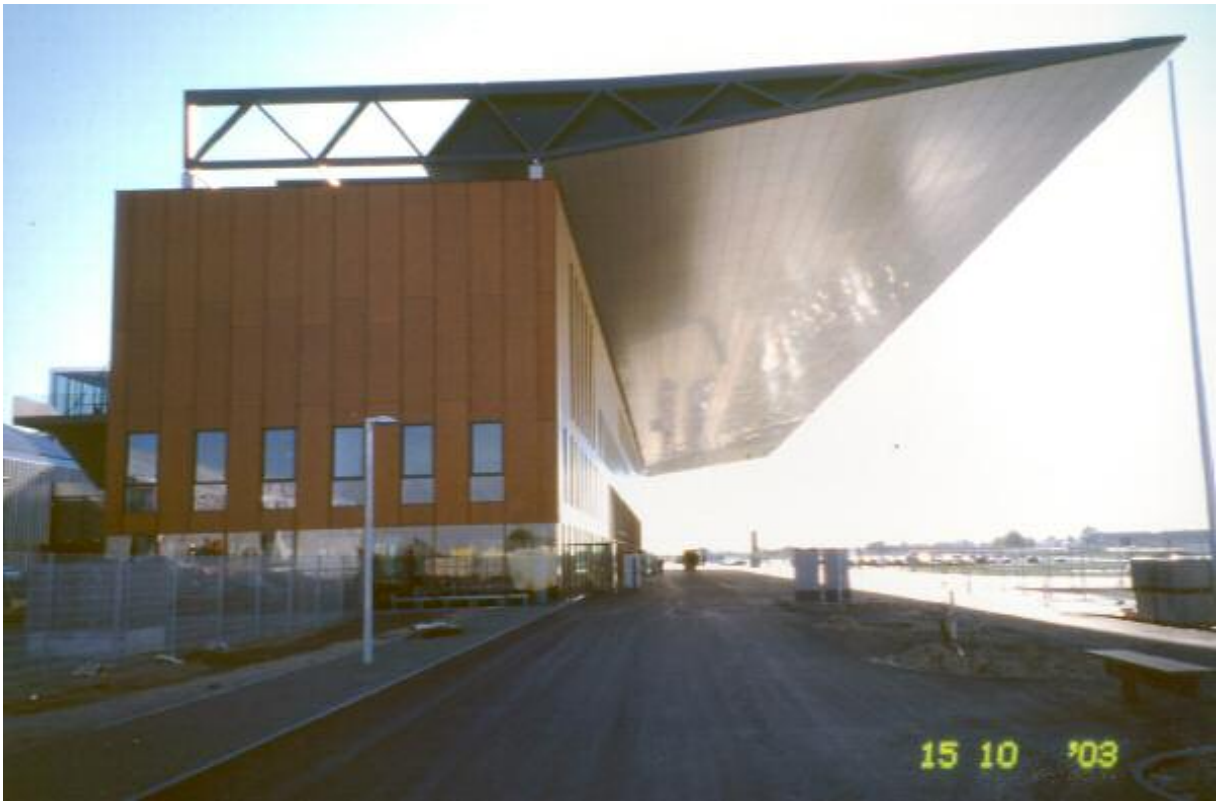


Bild 12b. Auskragendes Dach Haupteingangsgebäude Neue Messe Karlsruhe

Bild 12b zeigt das 27 m weit auskragende Vordach des Eingangsgebäudes der NMK. Das Schwingungsgutachten ergab, dass zwar ein Flattern der Dachränder unwahrscheinlich ist, jedoch in den Eck- und Randbereichen besondere Maßnahmen zur Befestigung der Dacheindeckung erforderlich wurden.
Die Resonanzkatastrophe bei der Tacomabrücke zeigte dieses Phänomen sehr eindrücklich. Bereits bevor die Straßenbrücke für den Verkehr geöffnet wurde, beobachteten die Anwohner, dass sie bereits bei einem moderaten Wind zu schwingen begann. Das gab ihr auch den Spitznamen "Galloping Gertie". Am 7. November 1940, nur wenige Monate nachdem die Brücke für den Verkehr geöffnet worden war, brachten Windböen von ca. 60 km/h das Hauptsegment der Tacoma Narrows Bridge zum Schwingen. Zunächst führte die Brücke eine Querschwingung mit einer Frequenz von etwa 36 Hz und eine Amplitude von etwa 60 cm aus. Später ergab sich eine Rotationsschwingung in zwei Segmenten mit einer Frequenz von etwa 14 Hz. Diese Beanspruchung brachte die Brücke zum Einsturz.

Gerade Pylon- und unterspannte Brücken neigen häufig zur Schwingungsanfälligkeit. Insbesondere der Werkstoff Holz weist bei weit gespannten Tragwerken unter Umständen ungünstige Schwingungseigenschaften auf. Zwar hat Holz ein niedriges spezifisches Gewicht (günstig), jedoch zugleich einen im Vergleich zu Stahl geringen Elastizitätsmodul (ungünstig). Dies galt auch für die im Jahre 2002 zwischen Ainring (D) und Siezenheim (A) errichtete Brücke über die Saalach. Die neue Fuß- und Radwegbrücke, die auf Grund der Hochwassergefährdung ohne Strompfeiler auskommen musste, überspannt rund 70 m (Bild 13a). Als Haupttragwerk wurde eine Stabwerkskonstruktion mit exzentrischen Anschlüssen an den Untergurt gewählt (Bild 13b, Bild 13d).

Die niedrigste vertikale Eigenfrequenz der Brücke ergab sich unter den ständigen Einwirkungen zu $f = 1{,}9$ Hz bei einer Durchbiegung von 8,8 cm. Auch in horizontaler Richtung waren Schwingungsprobleme durch rhythmische Anregung zu erwarten. Die horizontale Eigenfrequenz errechnete sich zu 1,0 Hz.

Die Gefährdung eines Bauwerkes durch Schwingungen ist aber, ebenso wie das menschliche Empfinden von Schwingungen, von der Beschleunigung des schwingenden Körpers abhängig. Im vorliegenden Fall betrug die Brücken-Eigenmasse rd. 120 t. Rechnerisch ergab sich für einen Fußgänger, der genau in der Eigenfrequenz der Brücke geht, eine maximale Beschleunigung von 0,14 m/sec², bei einer größeren Fußgängergruppe ergaben sich 2,4 m/sec². Diese Werte lagen deutlich über dem nach den damaligen Normenentwürfen empfohlenen Höchstwert von 0,7 m/sec².

Da die innere Dämpfung bei solchen Tragwerken jedoch nur sehr unzuverlässig abgeschätzt werden kann, wurde die Brücke seinerzeit so geplant, dass Schwingungsdämpfer nachträglich eingebaut werden konnten. Nach Erstellung der Brücke wurden die Eigenformen gemessen. Es stellte sich heraus, dass die horizontale Eigenfrequenz ca. 1,4 Hz betrug und somit keine weiteren Maßnahmen erforderlich waren. Um einer vertikalen Schwingung entgegen zu wirken, waren jedoch vier Schwingungsdämpfer anzuordnen (Bild 13c). Das zusätzliche Gewicht der Dämpfer betrug rd. 6 t entsprechend 5% der Brückeneigenlast. Die Baukosten erhöhten sich im gleichen Prozentsatz.

Bild 13a. Fußgänger- und Radwegbrücke Ainring (D / A)

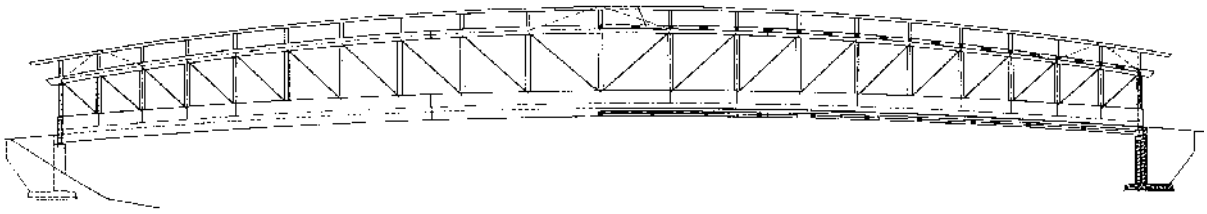


Bild 13b. Längsschnitt Brücke Ainring

Bild 13c. Unterseitig im Bereich der Stahlquerträger angeordnete Dämpfungselemente

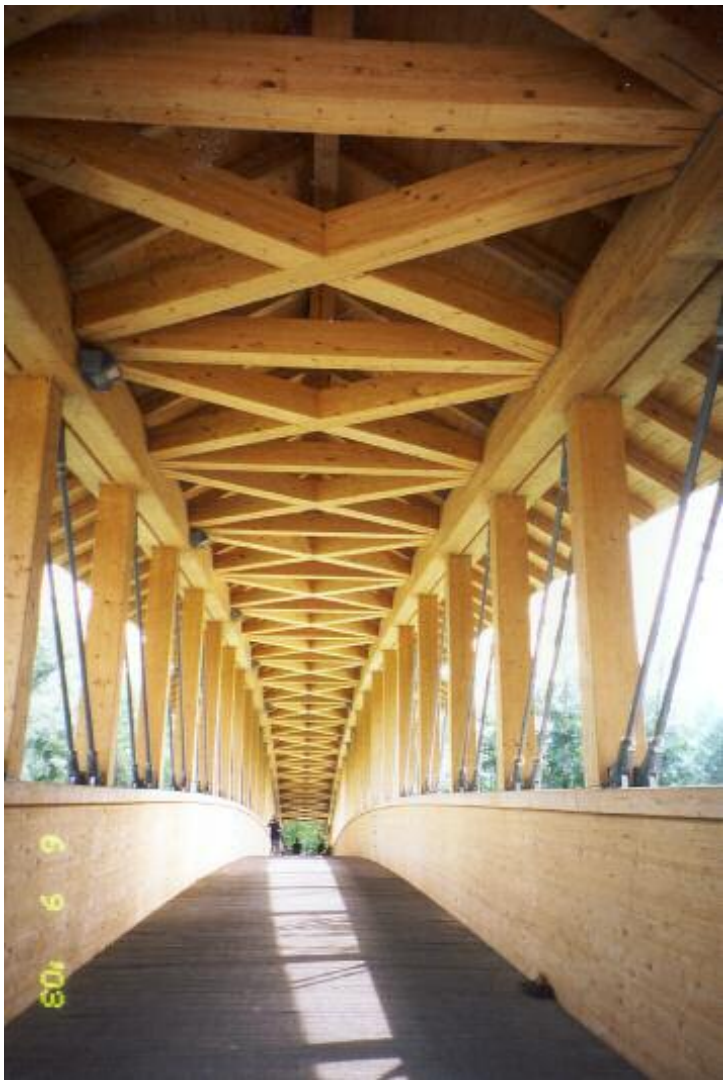


Bild 13d. Innenansicht Brücke Ainring

An dieser Stelle sei an die Erfahrungen zur Dämpfung der Millennium Bridge über die Themse in London erinnert. Dabei handelt es sich um eine moderne Hängebrücke, deren Stahlseile nur sehr gering durchhängen und für die sowohl statische wie dynamische Vorberechnungen durchgeführt worden waren. Am Eröffnungstag zeigte die Brücke jedoch so starke Schwingungen, dass sie umgehend für den Publikumsverkehr gesperrt wurde. Zur Reduzierung der Schwingungen wurden in einigen Brückenfeldern eindimensional wirkende Dämpfer an diagonal verlegten Zugstangen unter der Brücke installiert. Zudem wurden insgesamt 50 gedämpfte Schwingungstilger gegen die Vertikalschwingungen sowie acht gedämpfte Horizontalschwingungstilger installiert.

2.3.3 Wirkungsweise von Schwingungstilger

Eine sehr effektive und vor allen Dingen kostengünstige Variante zum Schutz bestehender wie neuer Konstruktionen stellt die Installation von Tilgersystemen dar. Im Verhältnis zum Gebäudegesamtgewicht werden kleine Zusatzmassen installiert, die dann im Erdbeben- oder Anregungsfall die Amplituden der Eigenschwingung reduzieren, indem sie mit ihrer pendelnd oder federnd aufgehängten Tilgermasse phasenverschoben zur Bewegung der Gebäudestruktur schwingen (Bild 14). Durch ihren Einsatz lassen sich die Schwingungsamplituden des Bauwerks oder von Bauteilen um bis zu 50% reduzieren. Tilgersysteme sind weitestgehend wartungsfrei und arbeiten ohne Strom. Bild 15 zeigt die Wirkungsweise bei einem Einfeldträger:

a. Zunächst ist der Träger unbelastet. Die Tilgermasse hängt an der Feder.
b. Durch die vertikale Belastung beginnt sich der Träger durchzubiegen. Der Tilger bewegt sich mit. Die Länge der Feder bleibt gleich.
c. Bei einer Entlastung des Trägers ändert sich seine Durchbiegung. Auf Grund der Trägheitsgesetze bleibt der Tilger jedoch vorerst noch an seinem Ort. Die Feder wird gestreckt.
d. Durch die Federkraft ändert der Tilger zeitverzögert seine Position, drückt die Feder zusammen und bremst die Schwingung der Brücke.

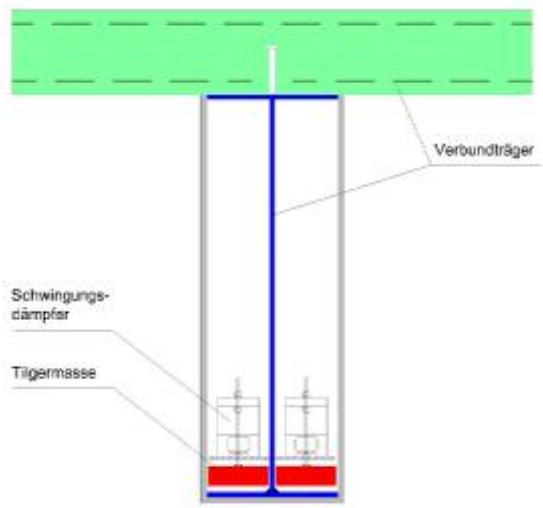


Bild 14. Anordnung von Tilgermassen bei einem Verbundträger

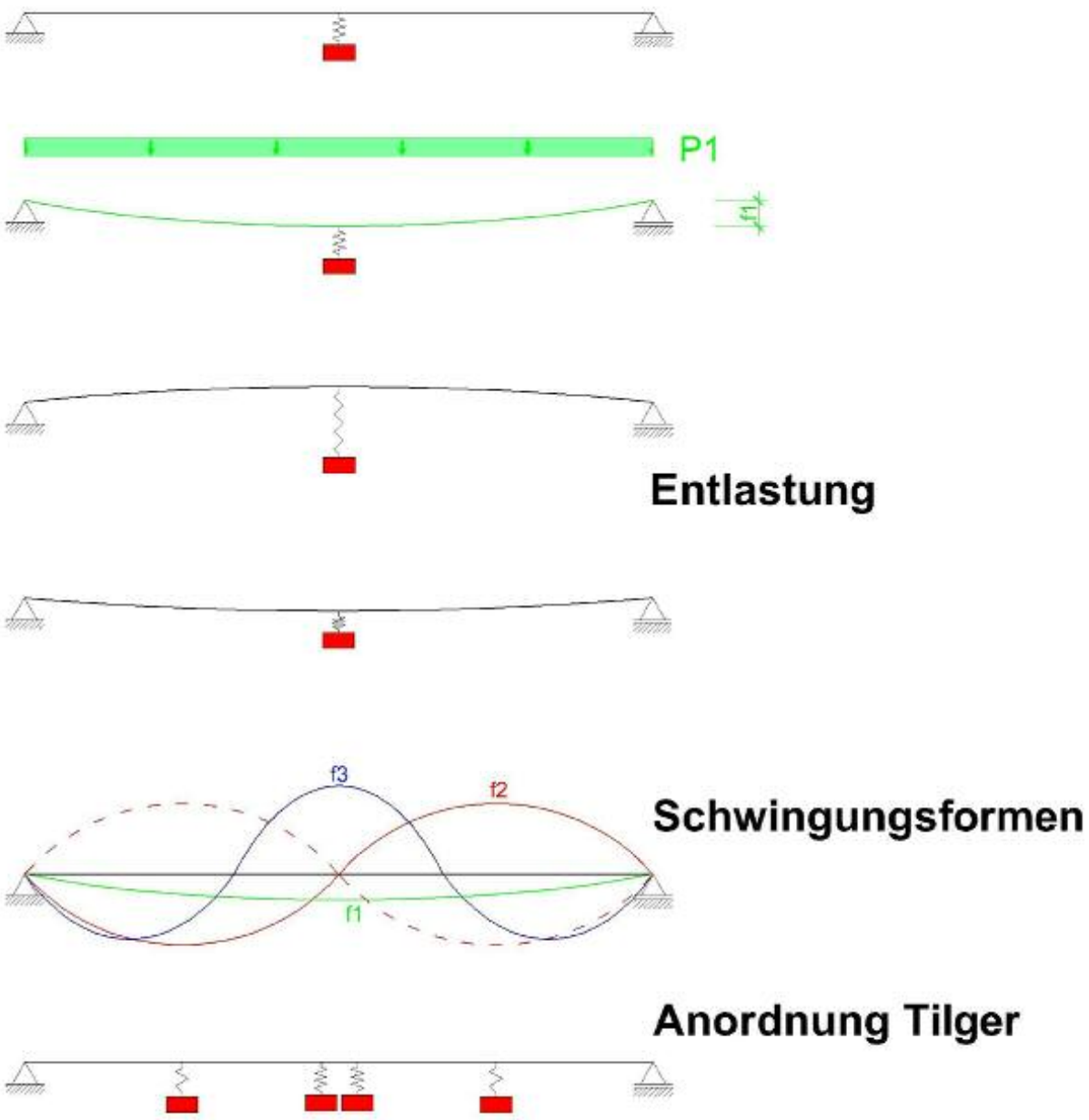


Bild 15. Wirkungsweise von Tilgermassen an einem Einfeldträger

Bei sehr schlanken Konstruktionen, wie sie z.B. Hohlkörperdecken darstellen, treibt man allerdings häufig den Teufel mit dem Belzebub aus, wenn Decken mittels Tilgermassen vollflächig beschwert werden. Gleichung (17) zeigt den Zusammenhang zwischen Biegesteifigkeit und Masse im Hinblick auf die 1. Eigenfrequenz.

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k(EI)}{m}} \qquad (17)$$

Die Aufgabe lautet daher, eine möglichst minimale Masse so effizient wie möglich einzusetzen. Dies ist insbesondere bei Brückenbauwerken durch Verstärkungen mit CFK-Lamellen möglich (Bild 16, Bild 17). Bei Deckensystemen des üblichen Hochbaus ist es möglich, die Tilger an den Stellen der größtmöglichen Amplituden, d.h. der maximalen Auslenkungen, zu positionieren (Bild 18b bzw. Bild 15 unten).

Bild 16. Oberseitige Verstärkung eines Massivdecke mittels CFK-Lamellen (oben) bzw. Schubverstärkung eines Balkens (unten)

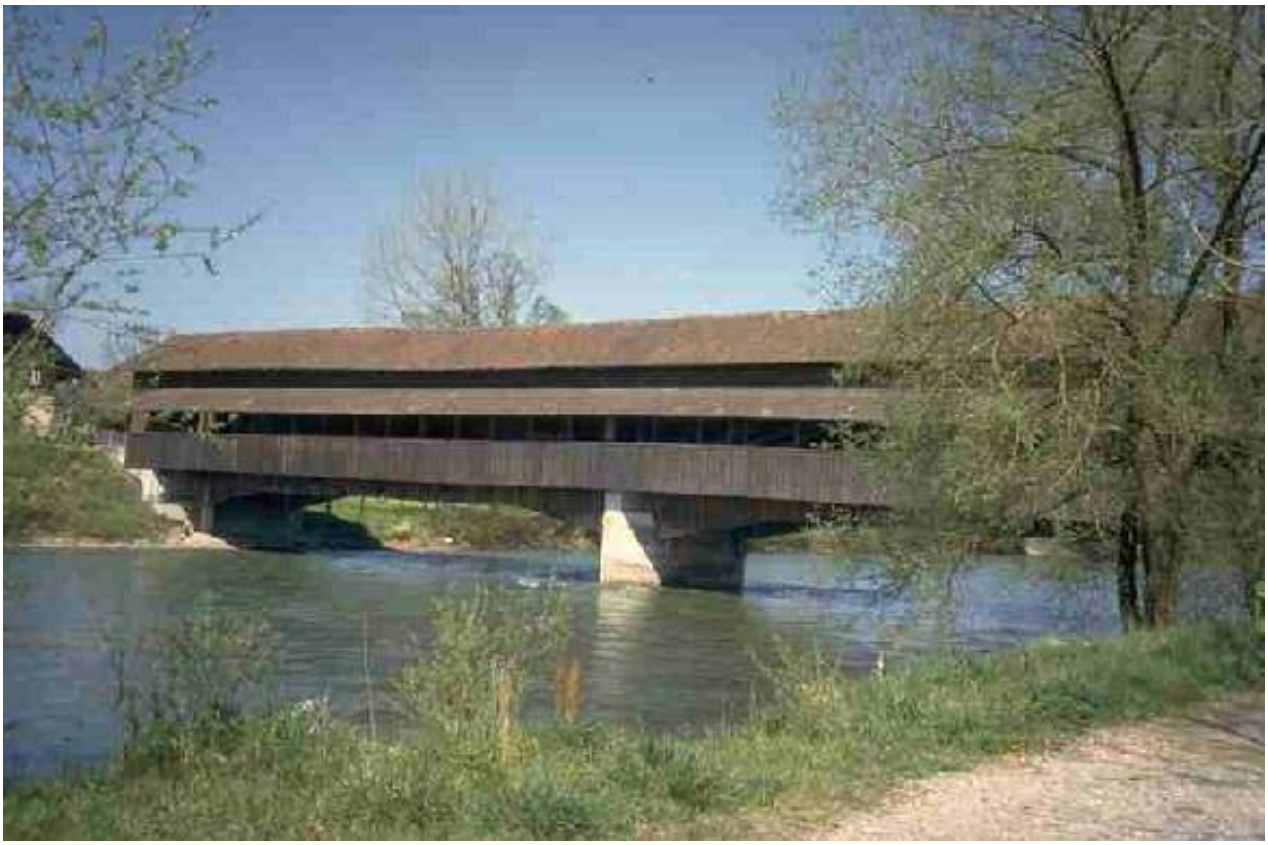


Bild 17. Verstärkung der Querträger der Straßenbrücke Sins (CH)

Anmerkung: Auch im Hinblick auf den Schallschutz stellt dies eine sinnvolle Maßnahme dar. So können bei Holzbalkendecken für den Bewohner störende Schallübertragungen in Form von "Poltern oder Dröhnen" auftreten. Diese tieffrequenten Schallübertragungen, verursacht durch Stühlerücken, stark basshaltige Musik oder das Begehen der Decke im darüber liegenden Stockwerk liegen in einem Frequenzbereich f kleiner 100 Hz, der bei der Bildung von Einzahlwerten ($L_{n,w}$, R_w) nicht berücksichtigt wird. Um derartige Schallübertragungen reduzieren zu können, werden Tilger benötigt, die bei ca. 80 Hz dämpfen. Bei hölzernen Hohlkörperdecken kann durch den Einsatz von handelsüblichen und kostengünstigsten Produkten (Kalksandstein + Trittschalldämmplatte, Bild 18a) bei geeigneter Anordnung (Bild 18b) eine Verbesserung des Schallschutzes von ca. 5 dB im gewünschten Frequenzbereich erreicht werden. So lassen sich bei sorgfältiger Planung und Ausführung mit üblichen Deckenkonstruktionen in Holzbauweise bewertete Norm-Trittschalpegel $L_{n,w}$ und Schalldämm-Maße R_w erreichen, die nicht nur die Mindestanforderungen nach DIN 4109, sondern auch die Vorschläge für den erhöhten Schallschutz übertreffen.

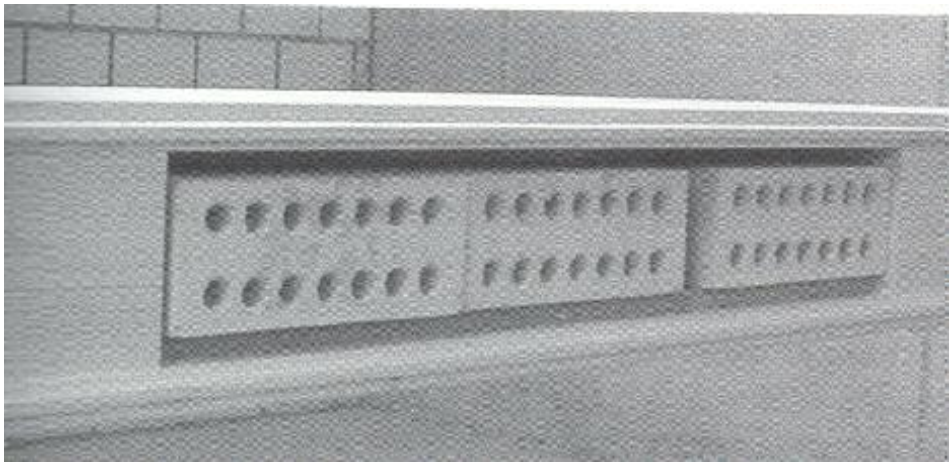


Bild 18a. Intelligente Massen in leichten Decken (Beispiel LIGNATUR-Kastenelement)

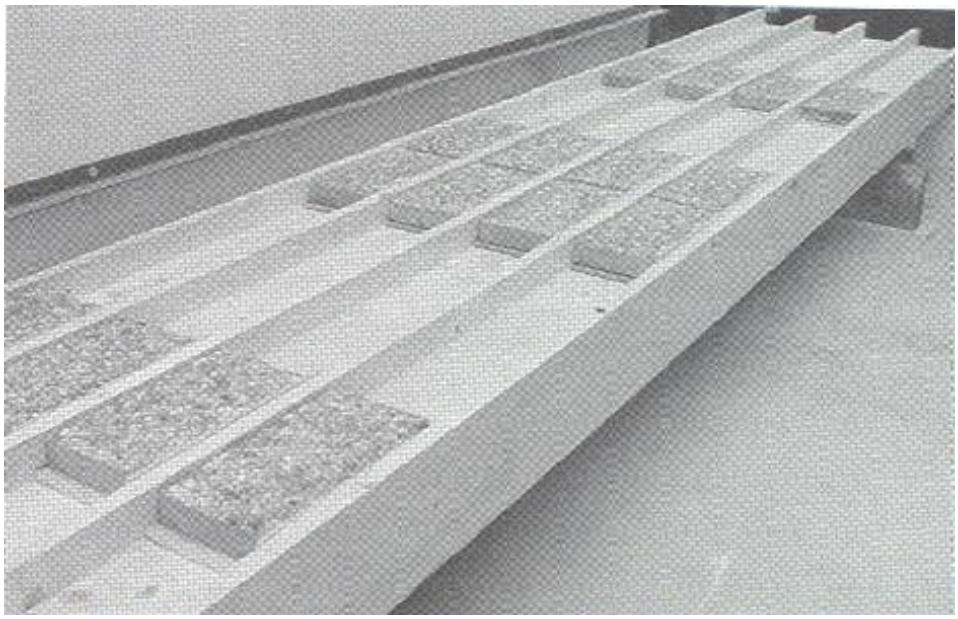


Bild 18b. Schematische Ausführung der Tilgerpositionierung im Versuch

2.4 Maschineninduzierte Schwingungen – Rotationsmaschinen

Dynamische Maschinenlasten entstehen durch nicht voll ausgewuchtete rotierende Teile. Beim zeitlichen Verlauf muss zwischen

- ***Quadratischen Anregungen*** und
- ***Konstant-Last-Anregungen***

unterschieden werden. Da die quadratische Anregung die gängige Anregung von Rotationsmaschinen ist, werden die nachfolgenden Ausarbeitungen sich ausschließlich auf diese beziehen.

Infolge von herstellungsbedingten Unwuchten wirken auf die Lagerung von rotierenden Systemen umlaufende Kräfte ein, die zu periodischen Schwingungen des Gesamtsystems oder von Teilsystemen führen. Um auf Dauer eine zufrieden stellende Laufruhe derartiger Rotationsmaschinen zu gewährleisten, ist es üblich, die Größe der Unwucht zu begrenzen und gleichzeitig die Größe der im Betriebszustand auftretenden Maschinenschwingungen zu überwachen. Diese „Doppelbehandlung“ erfolgt, da oft keine leicht erkennbare Beziehung zwischen den Unwuchten im Rotor und den Schwingungen der Maschine im Betriebszustand existiert. Die Amplitude der umlauffrequenten Schwingungen wird nämlich nicht nur von den Eigenschaften des Rotors selbst beeinflusst, sondern ebenso von den Eigenschaften der Lager, der Lagerständer und deren Verankerung auf dem Fundamentkörper sowie den Eigenschaften des Fundamentkörpers und des Baugrundes. Wesentlichen Einfluss haben insbesondere die geometrischen Abmessungen, die Massenverhältnisse und die dynamischen Steifigkeiten der gesamten Lagerung einschließlich Fundament und Baugrund.

Erreichen die Maschinenschwingungen ein potentiell schädigendes Niveau, so ist dies oftmals auf das Vorhandensein von Resonanzen zurückzuführen; Eigenfrequenzen von Teilsystemen und Betriebsdrehzahl liegen dann so nahe beieinander, dass es zu einer Schwingungsanregung und damit zu einer vielfachen Verstärkung der ursprünglichen Schwingung kommt (***Resonanzverstärkung***). Bei der Auslegung von schwingungsfähigen Systemen ist es daher besonders wichtig, einen ausreichenden Abstand zwischen den maßgebenden Eigenfrequenzen und Betriebsdrehzahlen einzuhalten. Um mögliche Resonanzzustände zu erkennen und gleichzeitig möglichst viele Systemeigenschaften zu berücksichtigen, ist es heute üblich, die Eigenfrequenzen von schwingungsfähigen Systemen an Gesamtmodellen numerisch zu bestimmen.

Als ***Unwuchten*** bezeichnet man exzentrisch angeordnete Massen, die mit einer vorgegebenen Winkelgeschwindigkeit um eine Achse rotieren. Bei einer ***statischen Unwucht*** fällt der Massenschwerpunkt nicht mit der Rotationsachse zusammen, sondern ist um die Exzentrizität e von dieser entfernt. Bei einer ***dynamischen Unwucht*** weisen Rotationsachse und Hauptachse des Rotationskörpers zusätzlich eine geringe Winkelverdrehung zueinander auf. Sowohl statische als auch dynamische Unwuchten können durch ***Auswuchten*** deutlich verringert werden. Da infolge von Unwuchten umlaufende Kräfte auf die Lagerung von rotierenden Systemen übertragen werden, die periodische Schwingungen des Gesamtsystems oder von Teilsystemen verursachen, kommt diesem Vorgang große Bedeutung zu.

In der VDI Richtlinie 2060 „Beurteilungsmaßstab für den Unwuchtzustand rotierender starrer Körper“ sind Anhaltswerte für die zu berücksichtigenden Unwuchten angegeben. Abhängig von dem Maschinentyp werden Unwuchtklassen angegeben, die aus Erfahrungswerten abgeleitet

wurden. So werden z.B. Zentrifugentrommeln, Ventilatoren, Schwungräder, Kreiselpumpen, Maschinen- und Werkzeugmaschinenteile, Walzen von Papier- und Druckmaschinen der Wuchtgütestufe Q6,3 zugeordnet.

Bild 19. Beispiel: Papierfabrik der Stora Enso PM 2, Karlsruhe

Die Wuchtgütestufe definiert, dass die Unwucht e umgekehrt proportional ist der maximalen Winkelgeschwindigkeit ω_m des laufenden Betriebs. Es soll gelten

$$e_{zul} \cdot \omega_m = \text{Nummer der Gütestufe}$$
$$= 6{,}3 \; mm/s \qquad \text{z.B. bei Q6,3}$$

$$e_{zul} = \frac{6{,}3}{\omega_m} = \frac{6{,}3}{2 \cdot \pi \cdot n} \cdot 60 \tag{18}$$

mit n = Drehzahl

Damit wird gewährleistet, dass innerhalb einer Unwuchtgüte die Beanspruchung der Läufer und Lager nahezu gleich sind. Liegen Angaben über die Unwuchtkräfte des Herstellers vor (und zwar für den Betriebs- und Störfallzustand!) können mit diesen Kräften die Berechnungen durchgeführt werden. Liegen keine Angaben des Maschinenherstellers vor, so sollen nach DIN 4024 die Unwuchtkräfte folgendermaßen berechnet werden:

- für den ***Betriebszustand*** ist die Wuchtgüte um eine Stufe ungünstiger anzusetzen, d.h. von Q6,3 nach Q16
- für den ***Störfallzustand*** ist mit den 6-fachen Werten des Betriebszustandes zu rechnen (Ein möglicher Störzustand ist z.B. der Bruch eines Schaufelrades).

Güte-stufen	$e\Omega$*) mm/s	Wuchtkörper oder Maschinen Beispiele
(keine)	(> 1600)	Kurbeltriebe **) starr aufgestellter, langsam laufender Schiffsdiesel-motoren mit ungerader Zylinderzahl
Q 1600	1600	Kurbeltriebe starr aufgestellter Zweitaktgroßmotoren
Q 630	630	Kurbeltriebe starr aufgestellter Viertakt-Motoren Kurbeltriebe elastisch aufgestellter Schiffsdieselmotoren
Q 250	250	Kurbeltriebe starr aufgestellter, schnellaufender 4-Zylinder-Diesel-motoren
Q 100	100	Kurbeltriebe starr aufgestellter, schnellaufender Dieselmotoren mit sechs und mehr Zylindern; Komplette PKW-, LKW-, Lok-Motoren***)
Q 40	40	Autoräder, Felgen, Radsätze, Gelenkwellen; Kurbeltriebe elastisch aufgestellter, schnellaufender Viertaktmotoren mit sechs und mehr Zylindern; Kurbeltriebe von PKW-, LKW-, Lok-Motoren
Q 16	16	Gelenkwellen mit besonderen Anforderungen; Teile von Zerkleinerungs- und Landwirtschafts-Maschinen; Kurbeltrieb-Einzelteile von PKW-, LKW-, Lok-Motoren; Kurbeltriebe von sechs und mehr Zylindermotoren mit besonderen Anforderungen
Q 6,3	6,3	Teile der Verfahrenstechnik; Zentrifugentrommeln; Ventilatoren, Schwungräder, Kreiselpumpen; Maschinenbau- und Werkzeugmaschinen-Teile; Normale Elektromotorenanker Kurbeltrieb-Einzelteile mit besonderen Anforderungen
Q 2,5	2,5	Läufer von Stahltriebwerken, Gas- und Dampfturbinen, Turbogebläsen, Turbogeneratoren; Werkzeugmaschinen-Antriebe; Mittlere und größere Elektromotoren-Anker mit besonderen Anforderungen; Kleinmotoren-Anker; Pumpen mit Turbinenantrieb
Q 1 Fein-wuchtung	1	Magnetophon- und Phono-Antriebe; Schleifmaschinen-Antriebe, Kleinmotoren-Anker mit besonderen Anforderungen
Q 0,4 Feinst-wuchtung	0,4	Feinstschleifmaschinen-Anker, -Wellen und -Scheiben, Kreisel

Bild 20. Wert der maximal zulässigen spezifischen Restunwucht entsprechend verschiedener Auswucht-Gütestufen nach VDI 2060

Die ***Quadratische Anregung*** tritt stets im Zusammenhang mit den bereits erwähnten Unwuchten/Exzentrizitäten auf. Sie ist somit direkt von der Winkelgeschwindigkeit, d.h. von der Frequenz abhängig. Insofern müssen bei einer dynamischen Berechnung die durch die Fliehkräfte entstehenden Lasten F_0 berücksichtigt werden.

$$\begin{aligned} F_0 &= m \cdot e \cdot 4 \cdot \pi^2 \cdot \frac{n^2}{3600} \\ &= m \cdot e \cdot 4 \cdot \pi^2 \cdot f_B^2 \\ &= m \cdot e \cdot \omega^2 \end{aligned} \tag{19}$$

mit

m = Rotierende Masse

e = Exzentrizität

n = Drehzahl

f_B = Betriebsfrequenz $\left(f_B = \frac{n}{60} \right)$

ω = Kreisfrequenz

Die zeitliche Veränderung ist somit als harmonische Last gegeben durch

$$F_0(t) = m \cdot e \cdot \omega^2 \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} \tag{20}$$

Vergleichbar mit Gleichung (9) ergibt sich die maximale Amplitude der Verschiebung eines Ein-Massen-Schwingers zu

$$U_{max} = \frac{m \cdot e \cdot \omega^2}{k} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \left\{\frac{\omega}{\omega_1}\right\}^2\right)^2 + \left(2 \cdot \xi \cdot \frac{\omega}{\omega_1}\right)^2}} \tag{21a}$$

oder analog zu Gleichung (11) als Vergrößerungsfaktor

$$\begin{aligned} V_q &= \frac{U_{max}}{m \cdot e} \cdot \frac{k}{\omega_1^2} \\ &= \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2}{\sqrt{\left(1 - \left\{\frac{\omega}{\omega_1}\right\}^2\right)^2 + \left(2 \cdot \xi \cdot \frac{\omega}{\omega_1}\right)^2}} \end{aligned} \tag{21b}$$

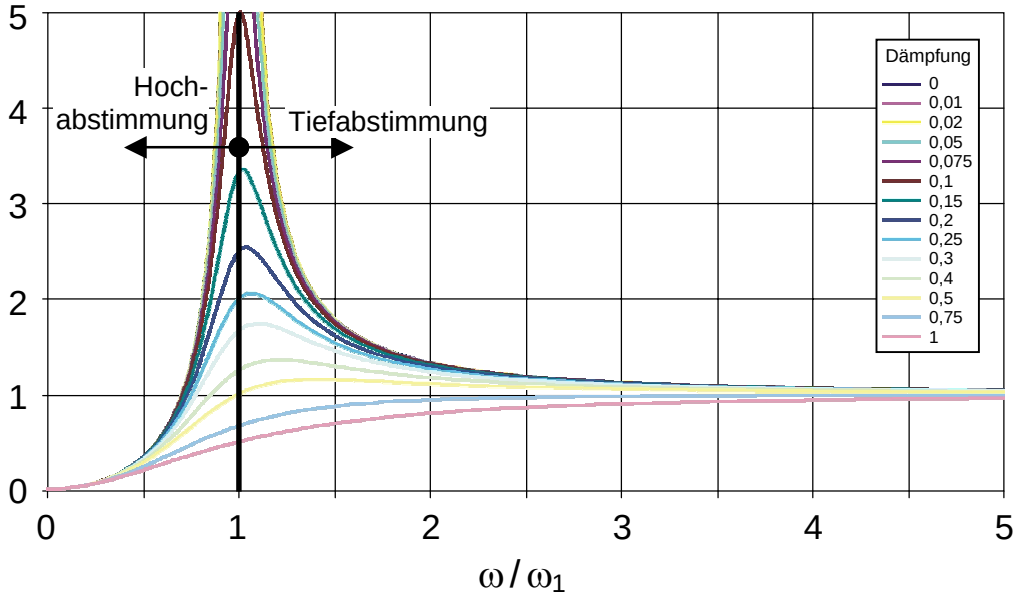


Bild 21. Vergrößerungsfaktor V_q für Quadratische Anregung
in Abhängigkeit von der Dämpfung und der Betriebsfrequenz

Bei reinen Maschinenfundamenten wird üblicherweise eine ***Tiefabstimmung*** vorgenommen (Bild 21), besonders wenn große Erregerkräfte durch hohe Exzentritäten oder wenn Maschinen im innern von Gebäuden aufgestellt werden. Auch Maschinenfundamente deren Erregerdrehzahl über 600 U/min liegen und direkt auf dem Baugrund gelagert werden, sind in der Regel tief abgestimmt. In diesem Fall bedarf es eines großen Fundamentes in Kombination mit einer elastischen Lagerung/Federung. Ist der Abstand zwischen Bauwerksfrequenz ω_1 und Erregerfrequenz ω genügend groß, was durch eine möglichst weiche Lagerung erzielt wird, kommt es zu einer dynamischen Entkoppelung zwischen Maschine und Bauwerk. Durch die weiche Lagerung federt sich die Anlage ein. Die Größe dieser Einfederung bestimmt in der Regel auch die Grenze der Abstimmung. Kritisch ist diese Art der Abstimmung, da bis zum Erreichen der endgültigen Betriebsfrequenz der Maschine die Resonanzstellen mit der Konstruktion durchfahren werden müssen. Während dieser Phase werden die größten dynamischen Kräfte aktiviert. Vorraussetzung für diese Art der Abstimmung ist, dass eine genügend hohe Dämpfung vorhanden ist, z.B. innerhalb der Lager mit Hilfe eines Ölfilms. Zu den Resonanzstellen muss im Betrieb genügender Abstand herrschen, meistens kann ein Abstand von 10 bis 20% als ausreichend angesehen werden.

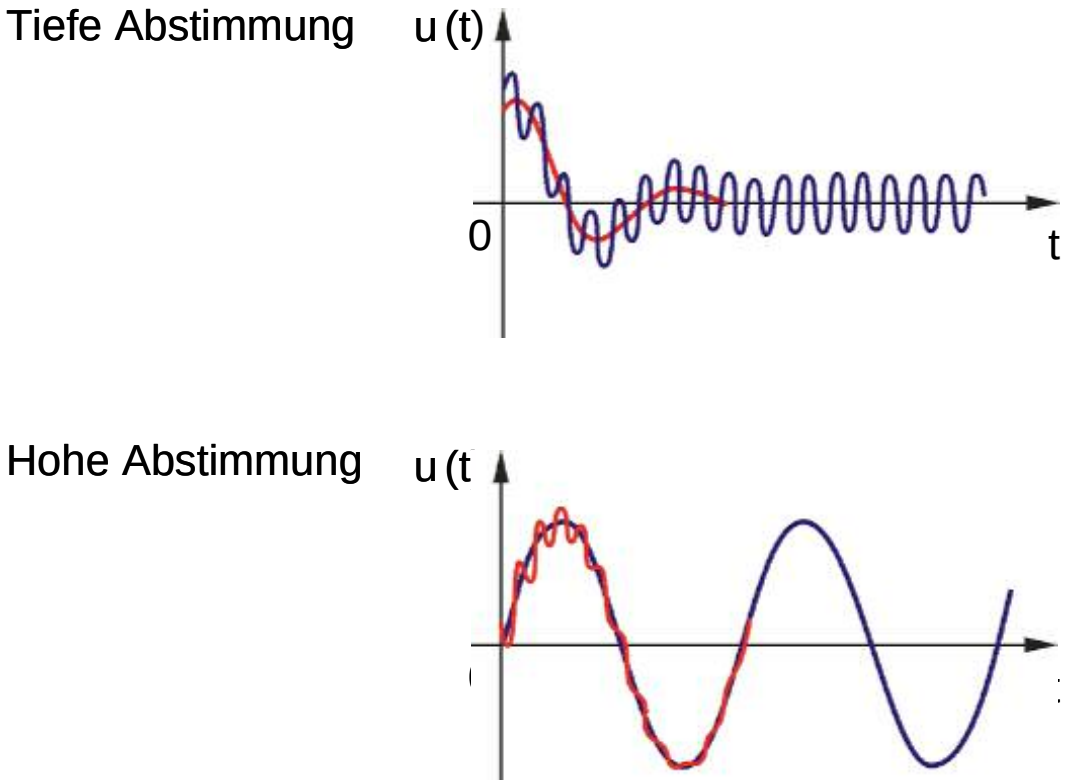


Bild 22. Einschwingvorgänge „Tiefe Abstimmung“ (oben) und „Hohe Abstimmung“ (unten)

Auf die dynamische Berechnung eines Maschinenfundamentes darf in der Regel verzichtet werden, wenn folgende Bedingungen nach DIN 4024 Teil 2 eines starren Fundamentes erfüllt sind:

- bei Maschinen mit ausschließlicher Unwuchterregung, wenn die rotierenden Massen kleiner sind als 1/100 der Masse des Gesamtsystems Maschine-Fundament,
- bei Maschinen mit einer definierten Erregerkraft, wenn der Höchstwert dieser Erregerkraft kleiner ist als 1/1000 der Gewichtskraft des Gesamtsystems Maschine-Fundament,
- bei Maschinen mit einem definierten Erregermoment, wenn der Höchstwert der Auflagerkräfte, die als Folge der Momentenbelastung über die Maschinenfüße auf das Fundament einwirken, kleiner als 1/1000 der Gewichtskraft des Gesamtsystems Maschine-Fundament und
- die niedrigste Biege- als auch Torsionsfrequenz eines vereinfachten Systems aus Fundament und Maschine beträgt mindestens das 1.5-fache der maßgebenden Erregerfrequenz. Maßgebend ist die höchste Erregerfrequenz der dynamischen Kräfte im Betriebszustand.

Dabei darf die Berechnung der Biege- bzw. der Torsionsfrequenz vereinfachend mit den folgenden Gleichungen ermittelt werden.

$$f_B = 3{,}56 \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I}{M \cdot l^3}}$$

$$f_T = 0{,}5 \cdot \sqrt{\frac{G \cdot I_T}{J \cdot l^3}} \qquad (22a)$$

mit

f_B = Biegeeigenfrequenz
f_T = Torsionseigenfrequenz
E = Elastizitätsmodul
G = Schubmodul
I = Flächenmoment 2.Grades
M = Gesamtmasse aus Funfament und Maschine
l = Länge des Fundamentes
J = Massenmoment 2.Grades

Das endgültige Schwingungsverhalten wird durch einen Vergleich der mit dem vereinfachten Modell gemäß Bild 23 ermittelten Eigenfrequenzen f_n mit den Erregerfrequenzen f_m beurteilt. Dabei müssen nur die Erregerfrequenzen f_m berücksichtigt werden, die auf Grund ihrer Wirkungsrichtung zur Anregung einer der Eigenfrequenzen führen können. In der Regel soll die Bedingung Gleichung 19 eingehalten werden. Je nach Maschine müssen eventuell größere Abstände eingehalten werden. Werden die Bedingungen nicht eingehalten, ist entweder

- der Fundamententwurf zu verändern,
- der Nachweis einer elastischen Stützkonstruktion nach DIN 4024 Teil 1 zu führen oder
- der Nachweis zu führen, dass die Schwingwege unterhalb der vereinbarten Grenzwerte liegen.

$$f_n \leq 0{,}8 \cdot f_m$$
$$f_{n+1} \geq 1{,}25 \cdot f_m \qquad (22b)$$

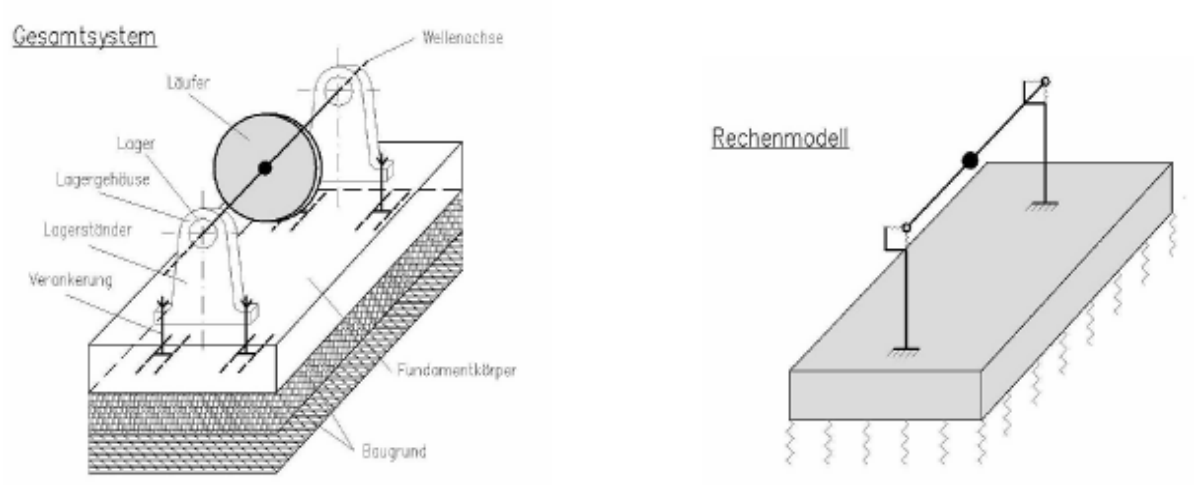


Bild 23. Schematische Darstellung einer Rotationsmaschine: Gesamtsystem (links) und Rechenmodell (rechts)

Bei der Druckerei Bechtle (BREUNING 2001, Bild 24a) wurden die Rotationsdruckmaschinen auf Betonplatten aufgestellt, deren Eigenfrequenz weit über der Erregerfrequenz der Druckmaschinen lag. Diese Betonplatten (Sog. Fundamentbalken) wurden in wannenförmige Vertiefungen der Bodenplatte über Federelemente schwingungsisoliert gelagert (Bild 24b, Bild 24c). Das theoretische Modell ging von der Vorraussetzung aus, dass es von der Unterkonstruktion (Bodenplatte) als entkoppelt betrachtet werden kann. Hierzu ist es z.B. nach [RAUSCH 1959] erforderlich, dass die Steifigkeit der Unterkonstruktion das 10-fache der Steifigkeit der Federelemente beträgt. Durch die wannenförmige Ausbildung der Bodenplatte war dies gegeben. Die dynamischen Untersuchungen umfassten daher ein Gesamtsystem, bestehend aus den Druck- und Falzmaschinen sowie den Rollenwerken einerseits, und dem Fundamentbalken andererseits.

Die umfangreichen Berechnungen gliederten sich in 3 Teile:

1. Zusammenstellung aller wichtigen Informationen über die Anlage und das Berechnungsmodell
   Die dynamischen Amplituden der Eigenfrequenzen des Systems wurden nach [GERB 1994] mit dem vom Maschinenhersteller für jedes Rollenwerk mitgeteilte Erregerkraft getrennt ermittelt. Unabhängig von ihrer tatsächlichen Betriebsform (Phasenlage, räumliche Verteilung) wurden sie anschließend zueinander ungünstigst überlagert (konservative Annahme). Insgesamt wurden 20 Eigenfrequenzen von 0,9 bis 50 Hz berechnet. Die Schwingformen Nr. 1 bis 4, 6 und 7 gaben die Starrkörperfrequenzen des elastisch gebetteten Fundamentes wieder, während die fünfte Form die 1. Biegeeigenform darstellte.
2. Berechnung der Starrkörper- und Struktureigenfrequenzen und der Bewegungsamplituden durch Anregung des Systems für zwei Maschinenausbaustufen mittels verschiedener rotatorischer Unwuchtkräfte bei verschiedenen Betriebsfrequenzen.
   Die Einwirkungen (Erregerkräfte) wurden durch Angabe der unter 1. ermittelten Bewe-

gungsamplituden dargestellt. Da sich die Erregerfrequenzen mit dem fortschreitenden Ablauf der Papierrollen stets ändern, und dadurch stets eine Überlagerung vieler unterschiedlicher Erregerfrequenzen auftritt, wurde kein Isolierwirkungsgrad für das elastische Federsystem angegeben.
Zuletzt wurden die statischen Ersatzlasten bestimmt.

3. Statische Berechnung des Fundamentbalkens für den Betriebsfall
Die Schnittkräfte und Fundamentverformungen beim Aufbringen der Maschinenteile wurden nicht ermittelt, da die Montage der Anlage auf über Last vorgespannten (starren) Federelementen erfolgte.

Auftretende Verschiebungen oder Beschleunigungen können trotz Anordnung von Schwingungsdämpfern in der Lage sein, die Funktion bzw. Leistung einer Anlage zu beeinträchtigen. Sie können daher für die Bemessung lokaler Bauteile maßgebend werden, auch wenn diese in statischer Hinsicht unbedenklich erscheinen (Bild 25., siehe auch [GEROLD et al. 1997]).
Der planende Ingenieur sollte vom Maschinenhersteller detaillierte Angaben einfordern hinsichtlich

- Masse und Frequenz der schwingenden und rotierenden Teile,
- Form der Einwirkungs-Zeit-Funktion,
- resultierender dynamischer Einwirkungen sowie
- maximal zulässiger Schwingwege, -geschwindigkeiten und -beschleunigungen.

Sämtliche Herstellerangaben sind kritisch zu hinterfragen und, zumindest auf ihre Plausibilität hin, zu prüfen. Werden "dynamische Einwirkungen" angegeben, ist grundsätzlich zu klären, ob es sich um statische Ersatzlasten oder um zeitlich veränderliche Einwirkungen handelt.

Bild 24a. Außenansicht Druckerei Bechtle, Esslingen a.N.

Bild 24b. Wannenartige Ausbildung Bodenplatte für sog. Fundamentbalken

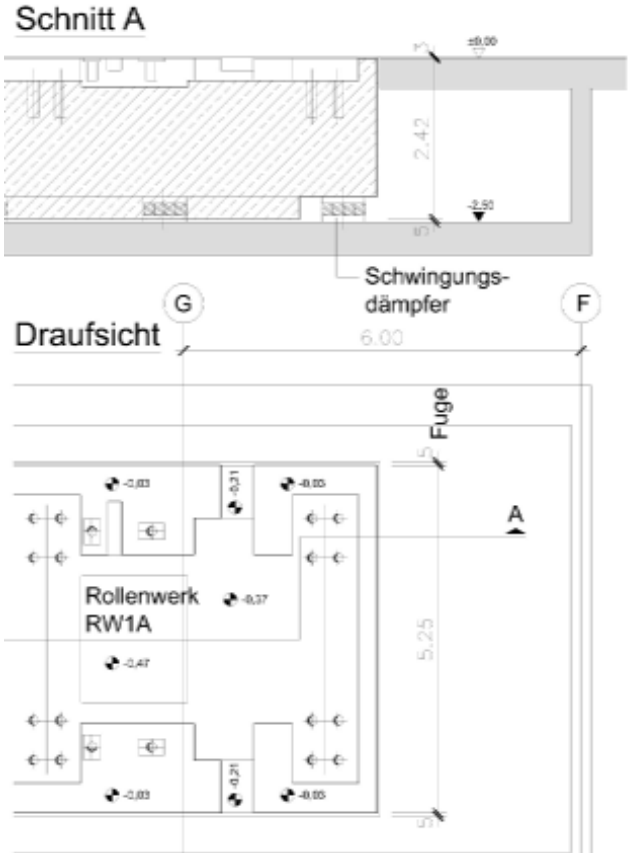


Bild 24c. Ausschnitt aus Schalplan: Schnitt durch Wanne (oben)
sowie Draufsicht Fundamentbalken (unten)

Bild 25a. Stahlkonstruktion Aufgabe Holz–Recycling-Anlage (UHR), Karlsruhe

Bild 25b. Feder- und Dämpferelemente Vorbrecher
Bauschutt–Recycling-Anlage (BAVAK), Karlsruhe

Bild 25c. Aufgabe und Vorbrecher BAVAK ,
Blick aus Kontrollstation

2.5 Wind und Erdbeben – Transiente Einwirkung

2.5.1 Wind

Der Frequenzbereich windinduzierter Schwingungen liegt zwischen 0,1 und 10 Hz. Die Windeinwirkungen werden, insbesondere für böenerregte und Wirbelresonanzschwingungen bekanntermaßen angegeben als

$$W = c_f \cdot q \cdot A \tag{23}$$

Der c_f-Wert kann aus Windkanalversuchen ermittelt werden und berücksichtigt teilweise bereits dynamische Einflüsse. Im Übrigen werden die Rechenansätze der DIN 1072 für Brückenbauwerke und die der DIN 1055 Teil 5 für Hochbauten als allgemein bekannt vorausgesetzt.

Als nicht schwingungsanfällig im Sinne der DIN 1055 Teil 4, d.h. durch Winderregung, dürfen in der Regel Wohn-, Büro- und Industriegebäude mit einer Höhe bis zu 40 m angesehen werden. Für turmartige Bauwerke gibt DIN 1055 Teil 4, Bild 1, die Grenze der Schwingungsanfälligkeit an. Für den in Bild 26a dargestellten Werbeträgers beim Fachmarkt Villingen-Schwenningen waren umfangreiche dynamische Untersuchungen erforderlich. Der Werbepylon hat eine Gesamtlänge von ca. 60 m und ist um 6° gegenüber der Lotrechten geneigt. In einer Höhe von ca. 50 m wurde ein im Grundriss dreieckförmiger Werbeträger angebracht (Bild 26b), fünf Meter darunter die fünf Abspannungen befestigt. Die Seile haben unterschiedliche Länge und sind im Grundriss nicht gleichmäßig angeordnet. Für die Ermittlung der Bemessungsgrößen waren die maßgebenden Windanströmrichtungen zu bestimmen. In Folge der unregelmäßigen Anordnung der Abspannseile und deren differierenden Längen ergaben sich, je nach Windanströmrichtung, unterschiedliche Verformungen des Pylons, und somit auch unterschiedlichste Querschwingungserregungen.

2.5.2 Erdbeben

Für die dynamischen Beanspruchungen durch Erdbeben in Hochbau gilt DIN 4149. Der Gelbdruck der neuen DIN 4149 ist noch in der Diskussion. Daher soll hier nicht näher darauf eingegangen werden. Gleiches gilt für die z.Zt. laufende Überarbeitung der DIN 18 700 (Staumauern).

Da Brücken insbesondere im Katastrophenfall von besonderer Bedeutung für die Allgemeinheit sind, werden sie der Bauwerksklasse 2 nach DIN 4149 zugeordnet. Die dynamische Wirkung des Erdbebens kann dann mit der horizontal wirkenden statischen Ersatzlast berechnet werden. Bei hölzernen Geh- und Radwegbrücken sind i.d.R. nur die Lagerkonstruktionen in Brückenlängsrichtung sowie die Stützen für Erdbeben zu bemessen.

Hinweise zur Diskretisierung erdbebenbeanspruchter Bauwerke mittels der FEM werden in Abs. 3 gegeben.

Bild 26a. Pylon mit Werbeträger Fachmarkt Villingen-Schwenningen

Bild 26b. Detailansicht Werbeträger Fachmarkt Villingen-Schwenningen

2.6 Explosion, Stoßbeanspruchungen, Erschütterungen – Impulsartige Einwirkungen

Im Gegensatz zu den harmonischen Lasten ist die Dauer einer Beanspruchung durch Explosion oder Stoßbeanspruchung sehr begrenzt. Der damit verbundene Schwingungsvorgang ist im Verhältnis zu den üblichen Beobachtungszeiträumen sehr klein. Grundsätzlich kann man die Belastungen in zwei Kategorien unterteilen:

- ***Weicher Stoß***;
  in diesem Fall kann die Charakteristik der Belastung unabhängig von der Deformation des Hindernissen berechnet werden, da die Deformation des Fahrzeugs/Flugzeugs oder der Explosion dominiert und
- ***Harter Stoß***;
  in diesem Fall kann die Charakteristik der Belastung nicht unabhängig von der Deformation des Hindernisses berechnet werden, da die Deformation des Fahrzeugs/Flugzeugs und die des Bauteils gekoppelt sind.

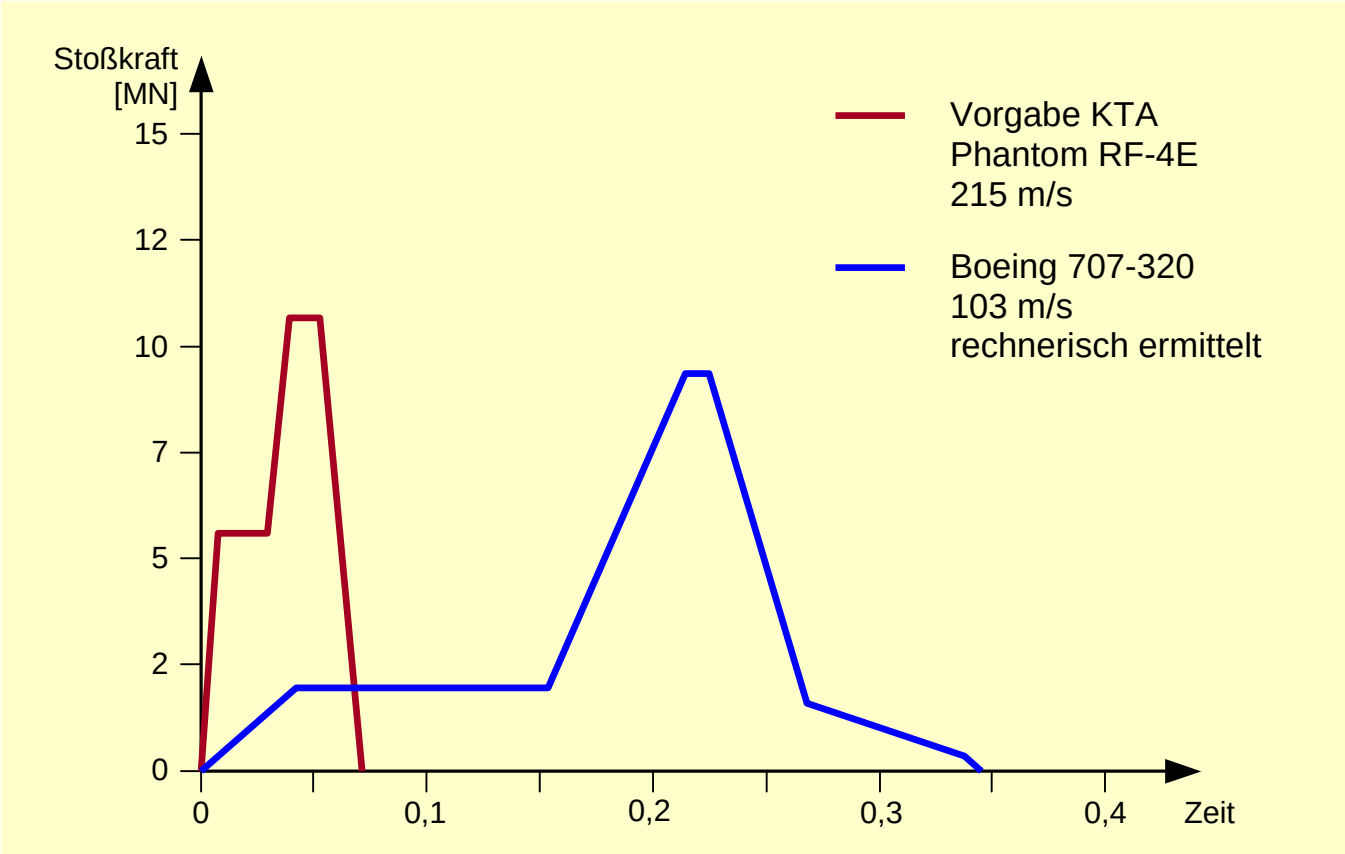


Bild 27. Beispiel eines weichen Stoßes: Kraft-Zeit-Verlauf für den Flugzeugabsturz auf Kernkraftwerke im Vergleich zu einer Boing 707-320

Bild 28. Beispiel eines harten Stoßes: Fahrzeuganprall auf eine Stütze

Im Falle des weichen Stoßes kann die Belastung unabhängig von der Struktur experimentell oder numerisch bestimmt werden. Typische Beispiele für „weiche“ Stoßbeanspruchungen sind

- Flugzeugabsturz,
- Explosionen,
- Gasdeflagration bzw.
- Detonation.

Im Gegensatz dazu kann im Falle eines „harten“ Stoßes die Beanspruchung nur ganzheitlich als gekoppeltes Problem zwischen stoßendem und gestoßenem Körper ermittelt werden, da entgegengesetzt zum weichen Stoß die kinetische Energie zum überwiegenden Teil (oder in einigen Fälle vollständig) in die Deformation der Struktur umgesetzt wird. Die tatsächlich auftretende Stoßkraft wird durch die Deformation beider Körper in der Kontaktzone maßgeblich bestimmt. Beispiele für harte Stoßbelastungen sind

- Anprall eines Gabelstaplers,
- Fahrzeuganprall oder
- Schiffsanprall.

Einwirkungen aus kurzzeitigen dynamischen Einwirkungen sind Extrembelastungen für eine Struktur und sollten für jeden Einzelfall individuell angegeben bzw. festgelegt werden. In der folgenden Tabelle sind einige grobe Angaben zur Größenordnung der zugehörigen Frequenz-

bereiche für diese Extrembelastungen nach [5] angegeben.

Dynamischer Lastfall	***Frequenzbereich*** [Hz]
Sprengung	1 – 300
Rammen von Bohrpfählen	1 - 100
Maschinen außerhalb Bauwerk	1 - 300
Maschinen innerhalb Bauwerk	1 - 1000
Stöße infolge Bauwerksbenutzung	0,1 - 100
Druckstoß (Explosion)	1 - 40

Tabelle 1. Zusammenstellungen der relevanten Frequenzbereiche
für typische dynamische Lastfälle

Die Schnittgrößen, die durch impulsartige Einwirkungen geweckt werden, sowie ein mögliches Versagen der Konstruktion in Folge von Plastifizierungen, hängen von den Deformationen ab, die am auftreffenden Körper bzw. am getroffenen Bauteil / Bauwerk stattfinden. Man kann dazu generell drei Fälle unterscheiden.

- Wesentliche Deformationen finden nur am auftreffenden Körper statt (das Bauwerk reagiert starr).
  In diesem Fall sind die übertragenen Kräfte nur vom Verformungsverhalten des Körpers abhängig. Es lässt sich eine Stoßkraft-Zeitkurve angeben, die dann als zeitveränderliche Belastung auf das Bauwerk anzusetzen ist. Daraus kann eine Ersatzlast abgeleitet werden.
- Deformationen am auftreffenden Körper und am Bauwerk sind ungefähr gleich groß (z.B. Fahrzeuganprall auf Stütze).
  Dieser häufig vorkommende Fall lässt sich nur sehr schwierig über eine gekoppelte Behandlung des Problems lösen. Dies erfordert einen relativ großen Aufwand. Ersatzlasten können kaum angegeben werden.
- Deformationen finden im Wesentlichen am Bauwerk statt, (der auftreffende Körper reagiert mehr oder weniger starr, z.B. Gabelstapleranprall).
  In diesem Fall muss hauptsächlich die kinetische Energie des ankommenden Fahrzeugs durch die Verformungen des getroffenen Bauteils aufgenommen werden, was unter Umständen eine stark vereinfachte Behandlung zulässt. Die Angabe von Ersatzlasten ist schwierig, da sie von der Bemessung und Auslegung des getroffenen Bauteils abhängt.

Die Bemessung von Konstruktionen unter kurzzeitigen dynamischen Einwirkungen erfolgt in der Regel unter Angabe von statischen Ersatzlasten. Anhaltswerte hierzu finden sich in Tabelle 6. Die Einwirkungen sind für jeden Einzelfall festzulegen.

Bauteil	***Höhe der Last***	***Ort der Belastung***
An Straßen (wenn weniger als 1 m von der Bordsteinkante entfernt)		
Gebäudeecken	500 kN	in 1,20 m Höhe
andere stützende Bauteile	250 kN	in 1,20 m Höhe
Bei Tankstellen:		
KFZ- Anprall:	100 kN	in 1,20 m Höhe
In Garagen, Werkstätten, Lagern, etc.		
Lkw-Anprall	100 kN	in 1,20 m Höhe
Gabelstapler-Anprall	5-faches Gesamtgewicht	in 0,75 m Höhe
Pkw-Anprall in Garagen	10 kN	in 0,50 m Höhe
Stöße auf nichttragende Bauteile (auf Brüstungen usw.)		
Pkw-Anprall:	2,0 kN/m	in 0,50 m Höhe
Lkw-Anprall:	5,0 kN/m	in 1,20 m Höhe
Auf Brüstungselemente (Ausfachung) nach ETB-Richtlinie		
weicher Stoß	m = 50 kg	Bei v = 2 m/s
harter Stoß	m = 10 kg	Bei v = 4,5 m/s
statische Ersatzlast	2,8 kN	auf Befestigungselemente

Tabelle 2. Zusammenstellungen der Anpralllasten in Form von statischen Ersatzlasten

Sofern der unmittelbare Anprall von Fahrzeugen auf schlanke Stützen realistischer erfasst werden soll, ist die Wechselwirkung zwischen Anprallkörper und getroffener Stütze – in Abhängigkeit der Kontaktsteifigkeit – zu berücksichtigen. Im Gebrauchszustand bzw. für den Fall linearen Materialverhaltens lassen sich für weiche wie für harte Kontaktzonen Näherungsverfahren angeben z.B. [15]. Die Stützenbeanspruchung ist dabei proportional zur Anprallgeschwindigkeit; der Einfluss der Anprallmasse kann mit der Wurzelfunktion beschrieben werden.

Beim harten Anprall führt eine Vergrößerung der Biegesteifigkeit der Stütze zu einer Vergrößerung der Beanspruchung.
Beim weichen Anprall hingegen ist die Biegesteifigkeit der Stütze unerheblich; hingegen gewinnt die Kontaktsteifigkeit zwischen Anprallkörper und Stütze an Bedeutung. Dabei zeigt sich, dass weiche Federungen mit großen Verschiebungen verbunden sind. Dies erfordert weiche Federungen entweder mit großen Abmessungen oder mit einer Verschiebungsbegrenzung. Für genauere rechnerische Erfassungen ist die Verwendung spezieller Finite-Elemente-Verfahren erforderlich. Für Ein-Massen-Schwinger können die Ergebnisse Tafelwerken entnommen werden. In Bild 29 sind die Ergebnisse für einen elastischen Ein-Massen-Schwinger beansprucht durch eine plötzlich aufgebrachte Dreiecks- bzw. Rechteckimpuls wiedergegeben

[BIGGS 1964]. Mit Hilfe derartiger Diagramme kann die Maximalverformung und damit die Maximalbeanspruchung schnell abgeschätzt werden, wenn sich das System durch einen Ein-Massen-Schwinger repräsentieren lässt. Oftmals werden gerade bei diesen Extremen Belastungen die Materialgrenzen überschritten. Auch für diese sind teilweise die Ergebnisse in Diagrammen für den Anwender zusammengestellt worden. Deutlich erkennt man, dass die Verformungen, nachdem das Material „fließt“, progressiv zunehmen. In diesem Fall ist bei der Ausführung darauf zu achten, dass sich diese Verformung sich auch ungehindert einstellen kann. Ein bekanntes Anwendungsbeispiel hierzu ist der Baumfall (siehe [SCHLÜTER, GEROLD 2003]).

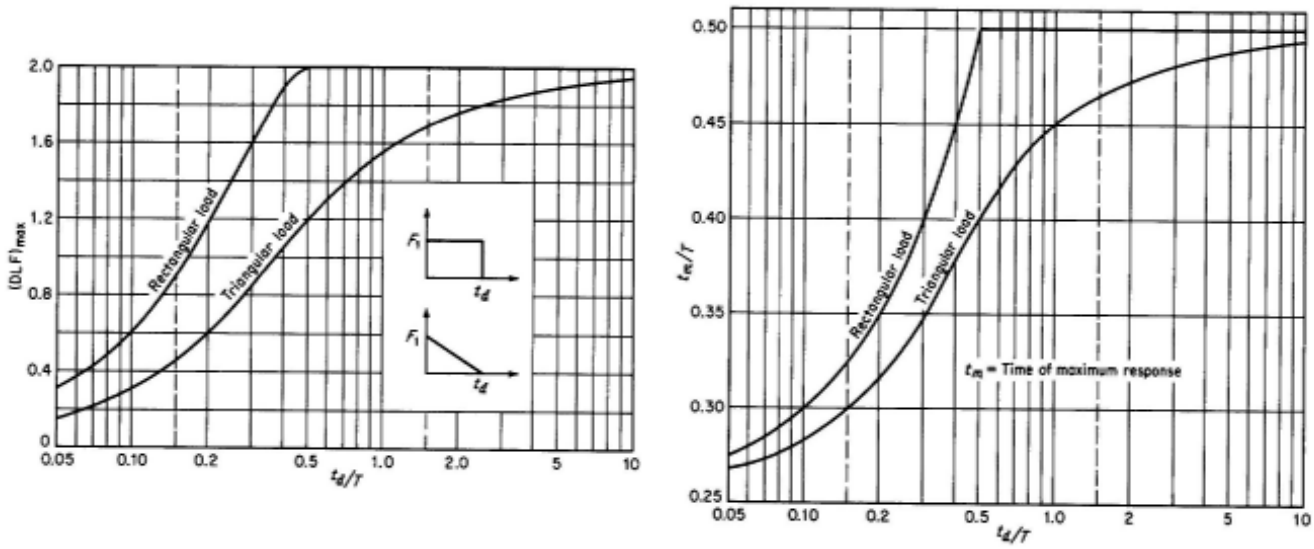


Bild 29. Maximalverformung und dazugehöriger Zeitraum für plötzlich aufgebrachte Dreiecks- bzw. Rechtecklasten für einen elastischen Ein-Massen-Schwinger [BIGGS 1964]

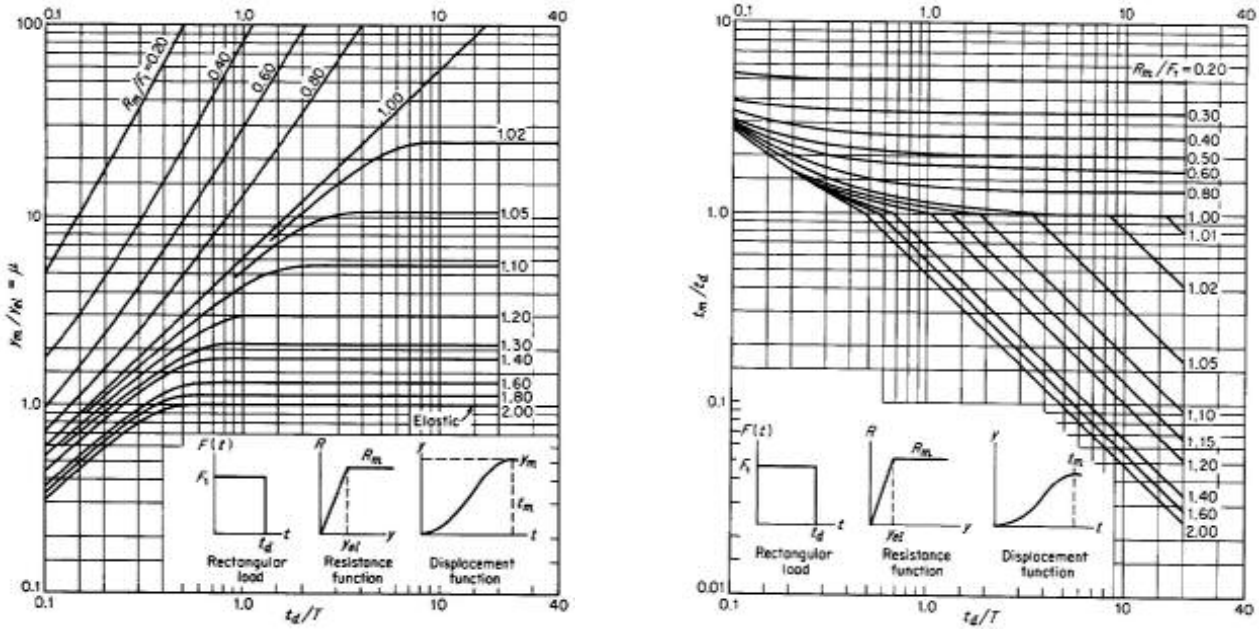


Bild 30. Maximalverformung und dazugehöriger Zeitraum für plötzlich aufgebrachte Rechteck lasten für einen plastischen Ein-Massen-Schwinger [BIGGS 1964]

3 Erschütterungsüberwachungen bei Baustellen, Sprengungen und Betrieb

Immer häufiger müssen bei Bauvorhaben, während des Abbruchs oder bereits in der Genehmigungs- und Planfeststellungsverfahren Aussagen zu den möglichen Erschütterungen in den angrenzenden Bereichen getroffen werden. Auf Grund dieser Ergebnisse werden oftmals Zielvorgaben des Erschütterungs- und Schallschutzes definiert, die wiederum Anforderungen im Rahmen von Richtlinien, Komfortwünschen bzw. Geräte- und Maschinenanforderungen definieren.

Für die Umsetzung wirksamer Maßnahmen zur Minimierung von Erschütterungs- und Luftschalleinwirkungen ist die Kenntnis des lokal sehr unterschiedlichen Übertragungsverhaltens des Bodens sowie des tatsächlich vorliegenden Erschütterungsniveaus notwendig.

Zu Beginn der Planungsphase sind daher Schwingungsmessungen am Bauwerk bzw. im Baugrund notwendig. Oftmals sind Messungen über längere Zeiträume notwendig, um gezielt Angaben über Maxima und deren Häufigkeit angeben zu können. Die nachfolgenden Bilder zeigen zwei praktische Anwendungsbeispiele hierzu.

Bild 31a. Beispiel 1: Kraftwerk Rheinfelden: Belastungen aus Bauzuständen / Sprengungen

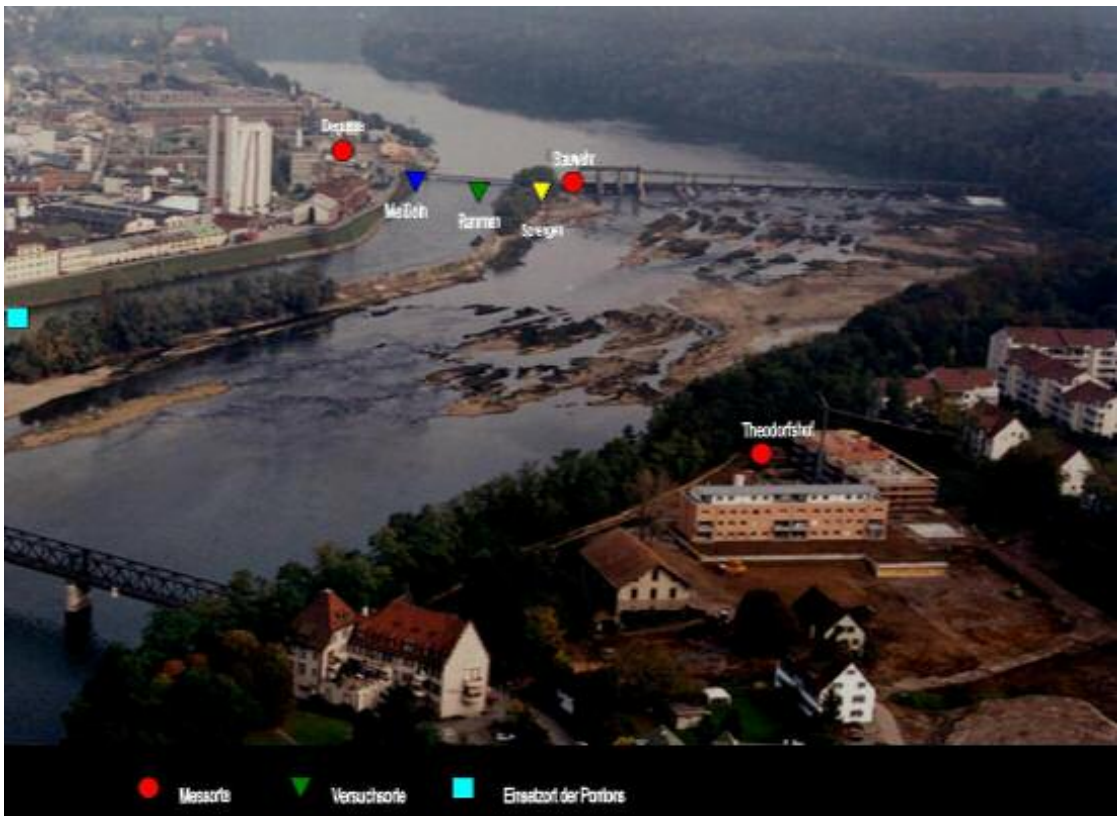


Bild 31b. Beispiel 1: Kraftwerk Rheinfelden: Erschütterungsszenarien

Bild 31c. Beispiel 1: Kraftwerk Rheinfelden: Probebelastungen aus „Spundwandrammen“

Bild 31d. Beispiel 1: Kraftwerk Rheinfelden: Messaufnehmer „Standort Stauwehr“

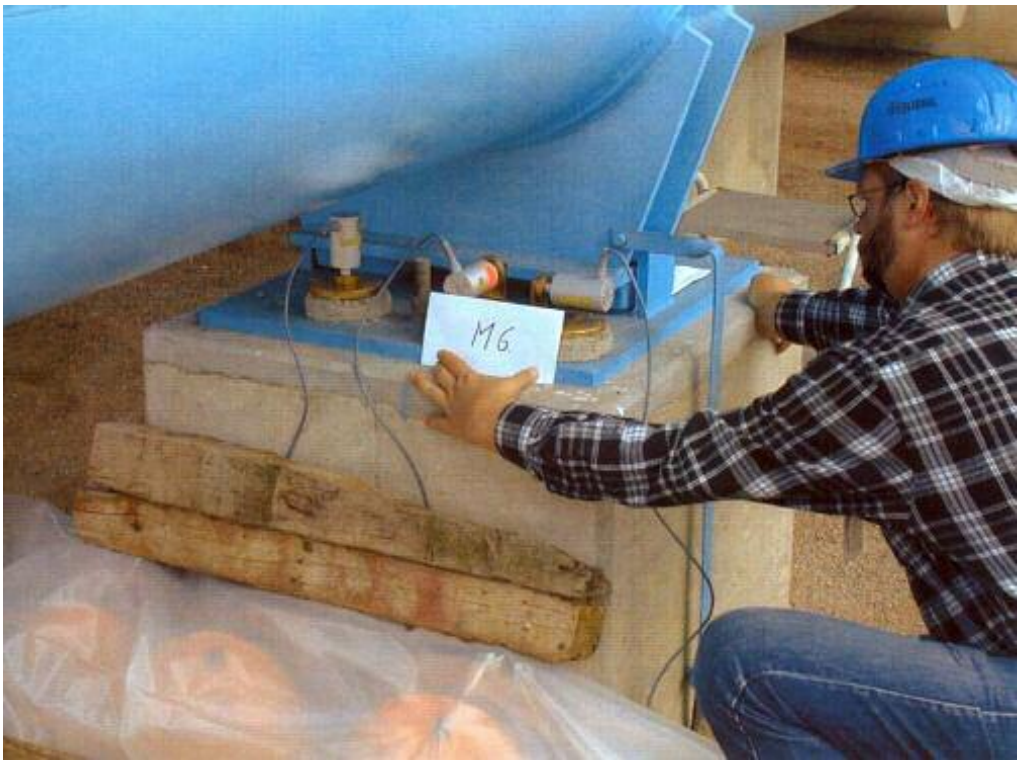
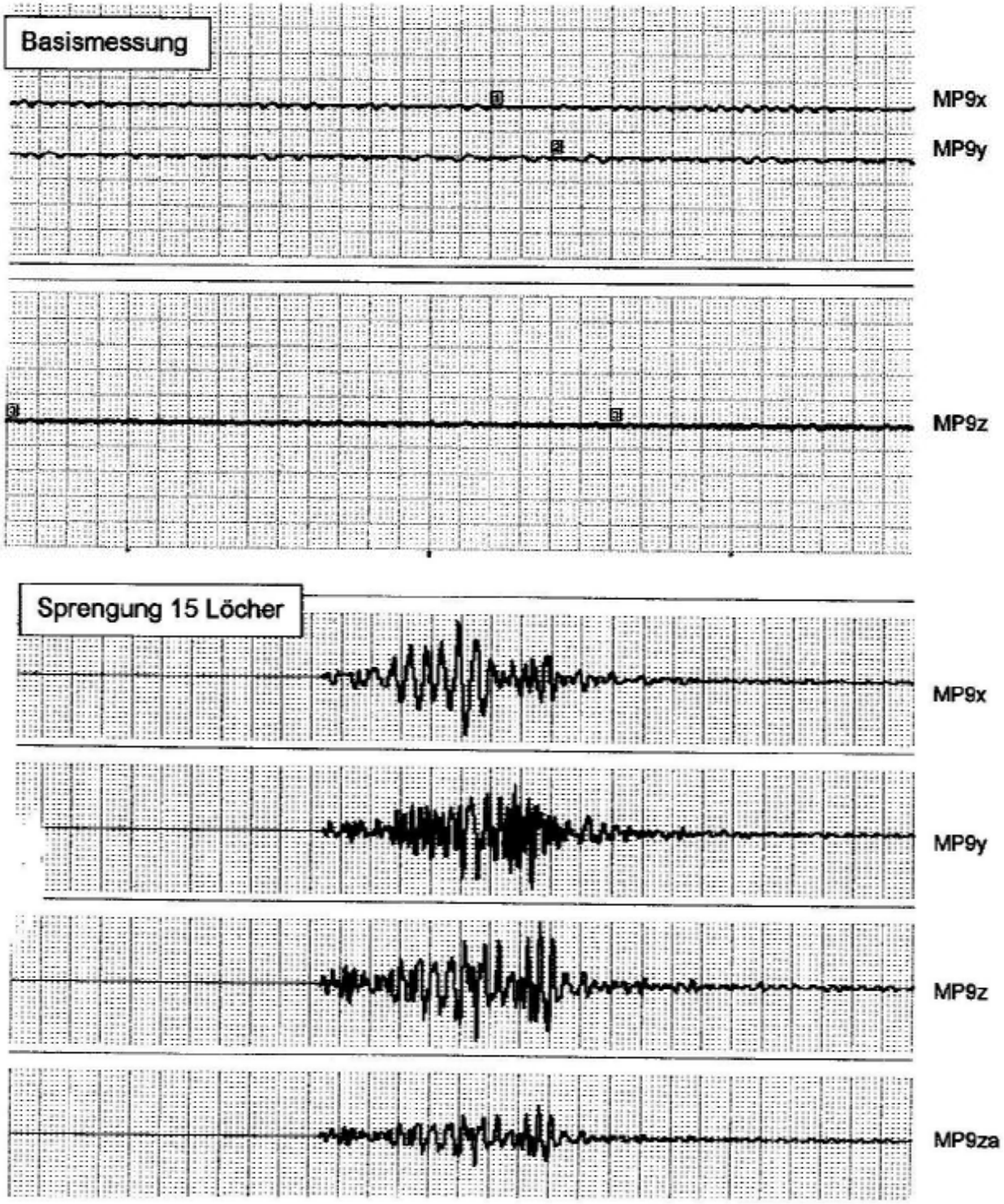


Bild 31e. Beispiel 1: Kraftwerk Rheinfelden: Messaufnehmer „Standort Degussa“



Maßstab Ordinate Basismessung: 1 mm = 0,07 mm/s
Ordinate Sprengung: 1 mm = 0,90 mm/s
Ordinate Sprengung MP9za: 1 mm = 1,75 mm/s
Abszisse: 50 mm = 1 Sekunde

Bild 31f. Beispiel 1: Kraftwerk Rheinfelden: Messsignale Standort „Stauwehr“ – Basismessungen (oben), Ergebnisse der Bohrlochsprengung (unten)

Bild 32a. Beispiel 2: Hornbergbecken:
Schwingungsmessungen am Entnahme- und Aufzugsturm

Bild 32b. Beispiel 2: Hornbergbecken: Messaufnehmer

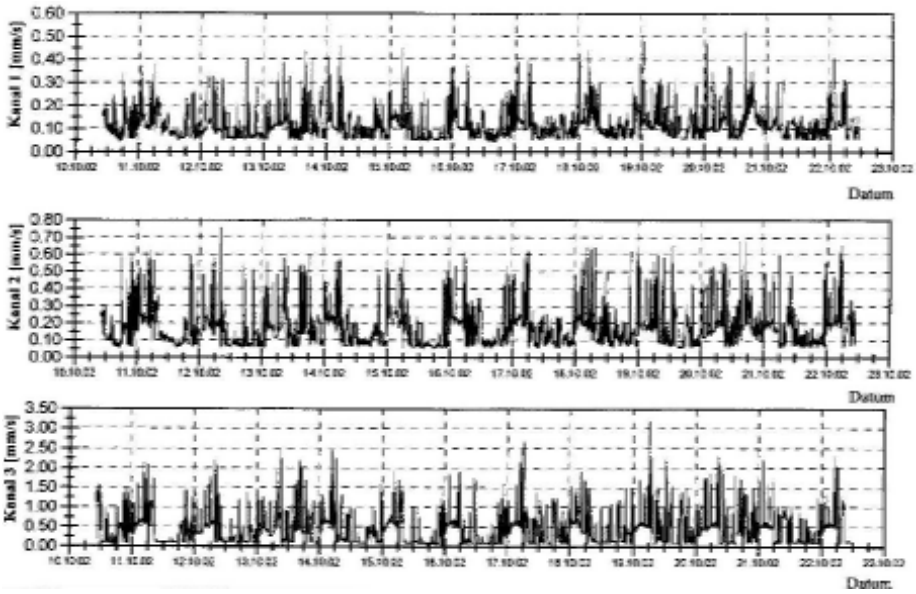


Bild 32c. Beispiel 2: Hornbachtalsperre: Messergebnisse

4 Berechnungsmethoden

4.1 Allgemeines

Entsprechend den Eurocodes dürfen äußere Einwirkungen keine Schwingungen erzeugen, die

o die Funktion des Bauwerks beeinträchtigen oder
o beim Nutzer unannehmbares Unbehagen verursachen.

Die Funktionsbeeinträchtigung ließe sich nochmals unterteilen in Beeinträchtigungen der

- Tragsicherheit und
- Gebrauchstauglichkeit.

Die Beurteilung möglicher Beeinträchtigungen eines Bauteils oder Bauwerks infolge dynamischer Beanspruchungen wird im Allgemeinen mit Hilfe von Bewertungskriterien durchgeführt. In einer Reihe von Vorschriften und Empfehlungen wurden verschiedene Kriterien angegeben, die entweder eine Schwingungsanfälligkeit von vorne herein verhindern sollen oder die Beeinträchtigung der Gebrauchstauglichkeit infolge von berechneten oder gemessenen Schwingungsgrößen beurteilen lassen.

Insgesamt ist der Berechnungs- oder Messaufwand sehr stark von dem gewählten Beurteilungskriterium und der Komplexität der zu untersuchenden Struktur abhängig. Der Aufwand reicht von einfachen Durchbiegungs- oder Eigenfrequenzberechnungen bis hin zu einer aufwendigen Zeitverhaltensberechnung oder gar erforderlichen Frequenzmessungen. In Bild 33 finden sich Angaben zur Ermittlung der Eigenfrequenzen ungedämpfter, linear-elastischer Systeme.

In der praktischen Umsetzung bereitet oft eine mit der Wirklichkeit möglichst gut übereinstimmende Modellierung des dynamischen Systems eines Bauwerks große Schwierigkeiten. Fehleinschätzungen können, in weit größerem Maße als bei der Wahl eines statischen Systems, schwerwiegende Folgen haben. Die getroffenen Annahmen wirken sich sowohl auf die ermittelten Eigenfrequenzen als auch auf die aus einer Berechnung resultierenden Schwingungsgrößen wie Verschiebung, Geschwindigkeit oder Beschleunigung aus. Auf einige dieser Schwierigkeiten und oft kaum vermeidbare Unterschiede zwischen Modell und Wirklichkeit sei kurz hingewiesen:

- Mitwirkung von Belägen und nichttragende Elementen
  Die Energiedissipation durch Beläge, Zwischenwände, abgehängte Decken, Fassadenelemente usw. ist möglichst zutreffend zu erfassen. Oft können Grenzwertbetrachtungen die Wirklichkeit ausreichend genau eingrenzen.

- Nichtlineares Verhalten
  Gerade bei geringen dynamischen Beanspruchungen ergeben sich Versteifungseffekte, indem mit zunehmender Verformung weitere Tragelemente zur Mitwirkung herangezogen werden. Beispiele hierfür sind der Schlupf in Verbindungen oder der Einfluss möglicher Rissbildungen.

- Nachgiebigkeit des Baugrundes
  In der Regel ist es bei der dynamischen Modellbildung schwierig, vertikale Bodensetzungen, ausgeprägte Horizontalverschiebungen oder gar die Abnahme der Tragfähigkeit des Bodens infolge Verflüssigung zutreffend zu formulieren. Dies gilt sowohl für Momentenbeanspruchungen wie nachgiebig eingespannte Stützen als auch für Normalkraftbean-

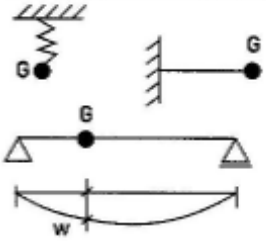
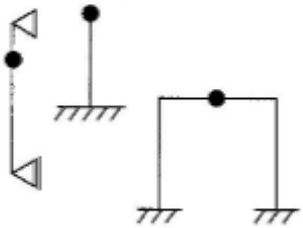
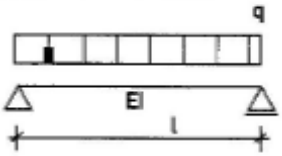
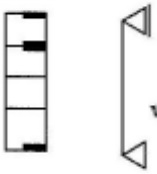
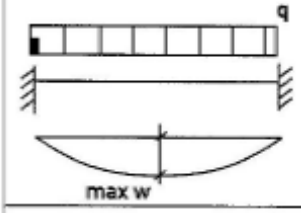
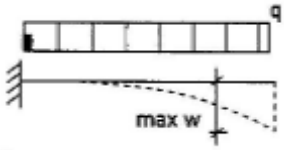
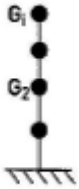
spruchungen. Das Erdbeben in Kobe, Japan, hat gezeigt, dass beispielsweise die lotrechte Nachgiebigkeit des Baugrunds bei höheren Bauwerksfrequenzen einen wesentlichen Einfluss haben kann. Weitere Aspekte sind z.B. in [7] enthalten.

- Rotationsträgheit
  Die Vernachlässigung von über die Bauteildicke verteilten Massen ist im Ingenieurholzbau von untergeordneter Bedeutung.

- Systemwahl
  Zwischen dynamischen und statischen Systemen desselben Bauwerks können große Unterschiede bestehen. So können z.B. zusätzlich vorhandene Einspannungen, bei nahezu gleichen Eigenfrequenzen, die Schwingungsamplituden vermindern, da der gleiche Energieeintrag weitere Bauteile und somit mehr Masse in Schwingung versetzen muss. Auch sollten bei der Wahl des Tragsystems folgende drei Gesichtspunkte berücksichtigt werden:

  1. Zur Erzielung hoher Eigenfrequenzen sollten die Tragwerke steif sein. Geringe Verformungen lassen sich durch kleine Spannweiten, Einspannungen, große Systemhöhen, grobmaschige Strukturen bei Fachwerken etc. erzielen.
  2. Die Dämpfung vergrößert sich mit zunehmender Anzahl nachgiebiger Verbindungen. Bei Fachwerken läuft dieser Punkt allerdings dem erstgenannten entgegen.
  3. Bei Rahmentragwerken ist es sinnvoll, diese so zu dimensionieren, dass Plastifizierungen in den Riegeln und nicht in den Stielen auftreten (sog. Kapazitätsbemessung) sowie die Energie durch die Nachgiebigkeit biegesteifer Anschlüsse vernichtet wird. Gegebenenfalls ist es sinnvoll, diese zu verstärken.

Insgesamt ist der Berechnungs- oder Messaufwand sehr stark von dem gewählten Beurteilungskriterium und der Komplexität der zu untersuchenden Struktur abhängig. Der Aufwand reicht von einfachen Durchbiegungs- oder Eigenfrequenzberechnungen bis hin zu einer aufwendigen Zeitverhaltensberechnung oder gar erforderlichen Frequenzmessungen. In Tabelle 7 finden sich Angaben zur Ermittlung der Eigenfrequenzen ungedämpfter, linear-elastischer Systeme.

Masse-belegung	Systeme: Lotrechte Schwingungen	Systeme: Waagrechte Schwingungen	ω_0^2	f_0
Eine Punkt-masse			$\frac{100\,g}{w}$	$\frac{5{,}0}{\sqrt{w\,^{*)}}}$
Gleich-mäßig verteilte Masse(n)		 vgl. *Stüssi* [26]	$\frac{\pi^4\,100\,g\,EI}{q\,l^4}$ = 127 g/max w	$\frac{5{,}62}{\sqrt{\max w\,^{*)}}}$
			$\frac{50000\,g\,EI}{q\,l^4}$ = 130 g/max w	$\frac{5{,}69}{\sqrt{\max w\,^{*)}}}$
		Elastische Einspannung siehe DIN 4131, Anlage A 2.1.2	$\frac{1236\,g\,EI}{q\,l^4}$ = 154,5 g/max w	$\frac{6{,}20}{\sqrt{\max w\,^{*)}}}$
Mehrere Einzel-massen	Allgemein gilt nach *Schleicher* [23], S. 1065, und DIN 4131 die sog. *Morley*-Formel G_i in Schwingrichtung 		$g\,\frac{\Sigma G_i y_i}{\Sigma G_i y_i^2}$	$\frac{1}{2\pi}\,\frac{g\,\Sigma G_i y_i}{\sqrt{\Sigma G_i y_i^2}}$

Bezeichnungen: (Dimensionen i.d.R. beispielhaft)

ω_0	Eigenkreisfrequenz [1/s = 1/sec]	q	Belastung [kN/m]
$f_0 = \omega_0/(2\pi) = 1/T$	Eigenfrequenz [1/s = Hz]	EI	Biegesteifigkeit [$kNm^2 = 10^2 kgm^3/s^2$]
T	Schwingdauer, Periode [s]	w	statische Durchbiegung [cm]
m	Massebelegung [kg]	w*	dimensionsbehaftet in [cm] einzusetzen
$g = 9{,}81\ m/s^2$	Erdbeschleunigung	$G = m \cdot g$	Punktmasse [kN]

Bild 33. Ingenieurmäßige Bestimmung der Eigenfrequenzen für verschiedene Systeme nach [Gerold 1998]

In vielen Fällen können diese vereinfachten ingenieurmäßigen Abschätzungen brauchbare Ergebnisse liefern. Durch die Bestimmung der Eigenfrequenzen von Bauteilen und ihre anschließende Bewertung im Hinblick auf eine mögliche Anregung können problematische Bereiche eines Bauwerks rasch erkannt werden.

Zur Vermeidung von unerwünschten Bauwerksschwingungen wird üblicherweise versucht, die Eigenfrequenzen der Bauteile auf mögliche Erregerfrequenzen abzustimmen. Vorzugsweise wird dabei eine 'Hochabstimmung' vorgenommen, d.h. die erste Eigenfrequenz des Bauteils liegt oberhalb der Erregerfrequenz und weist einen ausreichenden Abstand (ca. 20%) zu ihr auf. Ist dies nicht möglich, wird z.B. beim An- und Abfahren von Maschinen immer der Resonanzbereich durchfahren. In diesem Fall ist eine dynamische Berechnung durchzuführen um resultierende Schnittgrößen und Verschiebungen zu ermitteln, die dann bei der Bemessung der Gesamtkonstruktion zu berücksichtigen sind.
Bei Turn- und Sporthallen, Tanz- und Konzertsälen ist nach dem heutigen Stand der Wissenschaft eine Abstimmung auf die Frequenz der 2. Harmonischen der dynamischen Einwirkung vorzunehmen.

Die möglichen Ursachen dennoch auftretender, unerwarteter Schwingungseffekte können vielfältig sein, wie z.B.:
4.5 konstruktive Ausbildung und Ausführung der Verbindungen
4.6 Baugrundverhältnisse
4.7 Sekundäreffekte wie Querschwingungen untergeordneter, lokaler Bauteile .

So werden für aussteifende Verbände oft Winkelprofile verwendet, die durch ein breites Spektrum von Frequenzen angeregt werden können. Dies wird durch außermittige Anschlüsse der Verbandsstäbe noch begünstigt. Nicht nur im Resonanzfall, sondern auch als Folge des üblicherweise bei solchen Verbänden bewusst in Kauf genommenen "Ausknickens" der Druckdiagonalen, können daher bei periodischen Beanspruchungen Querschwingungen mit deutlich sichtbaren Amplituden auftreten.

Bei der numerischen Simulationen von Wellenausbreitungsproblemen ist der Feinheitsgrad der Diskretisierung von fundamentaler Bedeutung. Er muss unter Beachtung der Zeitdauer der Stoßfunktion sowie der Erfassbarkeit der Stoßwellen bis zu der höchsten relevanten Frequenz zutreffend gewählt werden (siehe z.B. [Krutzik]). Dies bezieht sich auf den gesamten anregungsfähigen Frequenzbereich der beaufschlagten Struktur. Bei Finite Elemente Modellen, die diese Bedingungen erfüllen, werden keine hochfrequenten Anteile der propagierenden Wellen abgeschnitten und die zu superponierenden Schwingungen nicht „abgeschnitten“. Die Abmessungen der Teilstrukturen müssen in Anlehnung an realistische in der Baupraxis vorkommende Dimensionen gewählt werden. Mit Hilfe von einfachen Stab-, Scheiben- und Plattentragwerken können die richtungsbezogenen Eigenfrequenzen sowie die hieraus resultierende Periodendauern T_i leicht ermittelt werden.

Um die Verfälschung der Ergebnisse von Finite Elemente Berechnungen zu vermeiden, sollte die Form der propagierenden Stosswelle stets durch ausreichend viele Knotenpunkte (Elemente) bestimmt werden. Bisherige Erfahrungen führen zu der Erkenntnis, dass die Erfassung der durchlaufenden Wellen mit höherwertigen Elementen (9 Knotenpunkten) pro Schwingungsperiode (im folgenden Wellenerfassungsansatz genannt) in der Regel zu zuverlässigen Ergebnissen führen kann.

Ausgehend von der Beziehung zwischen der Wellenausbreitungsgeschwindigkeit im behandelten Kontinuum (c) und der Wellenlänge (λ) kann für die bekannte Stoßzeitdauer t_D der Stoßfunktionen die Elementlänge L bestimmt werden, mit der die Welle noch getreu (nicht abge-

schnitten) erfasst werden kann. Setzt man in die Wellengleichung ($\lambda = c \cdot t$) für die Elementlänge (L_i) den o.g. Wellenerfassungsansatz ein, erhält man:

$$\begin{aligned} L &\leq \frac{1}{8} \cdot \lambda \\ &\leq \frac{1}{8} \cdot c \cdot t \end{aligned} \tag{24}$$

Zu der Festlegung der auf den Schwingungsmode bezogenen effektivsten Stoßzeitdauer (Basiszeit) t_D gelangt man (z.B. für einen Dreieckstoß) über die Annahme der Perioden- Gleichheit ($t_D / T_i = 1$). So gelangt man für eine Dreieckfunktion mit $t_D / T_i = 1$ zu der maximalen Elementlänge, die zu einer getreuen Erfassung der Eigenschaften der jeweiligen Welle von der Periodendauer T_i erforderlich ist

$$L_i \leq \frac{1}{8} \cdot c \cdot T_i \tag{25}$$

Die Zeitdauer t_i der kürzesten Stoßfunktion, deren Stoßwelle durch ein Element von der Länge l_i gerade noch zutreffend (nicht mehr verstümmelt) erfasst wird, beträgt somit:

$$t_i \geq 8 \cdot \frac{L_i}{c} \tag{26}$$

Zwecks unverstümmelter Erfassung aller Schwingungsbeiträge bis zu der relevanten Oberschwingung mit der Periode T_n bzw. Frequenz f_n müssen gemäß dem o.g. Wellenerfassungsansatz Elementlängen gewählt werden von

$$\begin{aligned} L_n &\leq \frac{1}{8} \cdot c \cdot T_n \\ L_n &\leq \frac{1}{8} \cdot \frac{c}{f_n} \end{aligned} \tag{27}$$

Die Längen der gewählten Elemente werden anhand von Wellendurchlaufgeschwindigkeiten für unbewehrten Beton bestimmt. Dabei gelten für die Längswellen c_L bzw. Scherwellen c_S die Beziehungen:

$$\begin{aligned} c_L^2 &= \frac{(1-\nu)}{\rho \cdot (1+\nu) \cdot (1-2 \cdot \nu)} \cdot E \\ c_S^2 &= \frac{1}{2 \cdot \rho \cdot (1+\nu)} \cdot E \end{aligned} \tag{28}$$

Die mit der jeweiligen Elementlänge eines diskretisierten Betonbalkens (bei Annahme von $c_L^2 = 3615$ m/s bzw. $c_S^2 = 2230$ m/s) gerade noch erfassbaren Periodendauer einer O-

berschwingung (bzw. Basiszeiten der kürzesten mit der gewählten Diskretisierung erfassbaren Lastfunktionen) wurden in der nachstehenden Tabelle zusammengestellt.

Eigenfrequenzen f_i	[Hz]	214	643	1071	1496	1919
Schwingungsperioden T_i	[s]	0,005	0,0015	0,001	0,0007	0,0005
Max. Elementlänge L_i	[m]	2,26	0,68	0,46	0,32	0,24

Tabelle 3. Zusammenstellungen der Eigenfrequenzen, Schwingperioden und dazugehörige der Elementlängen

4.2 Erforderliche Finite Elemente Diskretisierungen bei der Simulation von Erschütterungsübertragungsvorgängen in Betonstrukturen bei Stoßbelastungen

Auf Grund von vielen durchgeführten Berechnungen (linear und nichtlinear) kommt zu der folgenden Erkenntnis, dass bei Berechnungen mit Impulscharakter die folgenden Einflüsse und Einflussparameter von schwerpunktmäßiger Bedeutung sind:

- ***Art des Rechenmodells***
  Zuverlässige Ergebnisse können nur anhand dreidimensionaler Rechenmodelle mit ausreichend feiner Diskretisierung und wirklichkeitsnaher Erfassung der Eigenschaften der beaufschlagten Struktur erreicht werden. Stabmodelle sind für Analysen von Stoßbelastungen im Allgemeinen ungeeignet.
- ***Boden-Bauwerk-Wechselwirkung***
  Den Eigenschaften des Baugrundes muss Rechnung getragen werden. Die Annahme fester Einspannung ist selbst bei steifen Böden nicht zulässig.
- ***Dämpfungsvermögen des Bauwerks***
  Die Materialdämpfung der beaufschlagten Struktur sowie das globale Dämpfungsvermögen des Boden-Bauwerk-Systems müssen zutreffend erfasst werden.
- ***Frequenzband der Berechnung***
  Bei der Ermittlung der Strukturantworten müssen alle globalen sowie lokalen Eigenformen der beaufschlagten Struktur bis zu einer Eigenfrequenz von ca. 80 Hz berücksichtigt werden.
- ***Typische Aufprallbereiche***
  Es muss sichergestellt werden, dass es keinen weiteren Aufprallbereich am Bauwerk gibt, der zu höheren Strukturantworten im Gebäudeinneren führen kann als bei Lasteinleitung in die festgelegten repräsentativen Aufprallbereiche.
- ***Form der Lastfunktion***
  Die Form und Basiszeit der Lastfunktion sowie ihre dynamischen Amplifikationseigenschaften bestimmen maßgebend den Charakter und Frequenzgehalt der Strukturantworten.
  Die für starre Verhältnisse am Aufprallort spezifizierten Last-Zeit-Funktionen führen oftmals zu unrealistisch hohen Ergebnissen. Zu wirklichkeitsnahen Ergebnissen führen modifizierte Last-Zeit-Funktionen, die unter Berücksichtigung nichtlinearer Vorgänge am Aufprallort abgeleitet werden. Sie sind charakterisiert durch eine längere Basiszeit so-

wie ein reduziertes Lastniveau und führen in der Konsequenz zu deutlich niedrigeren Strukturantworten.

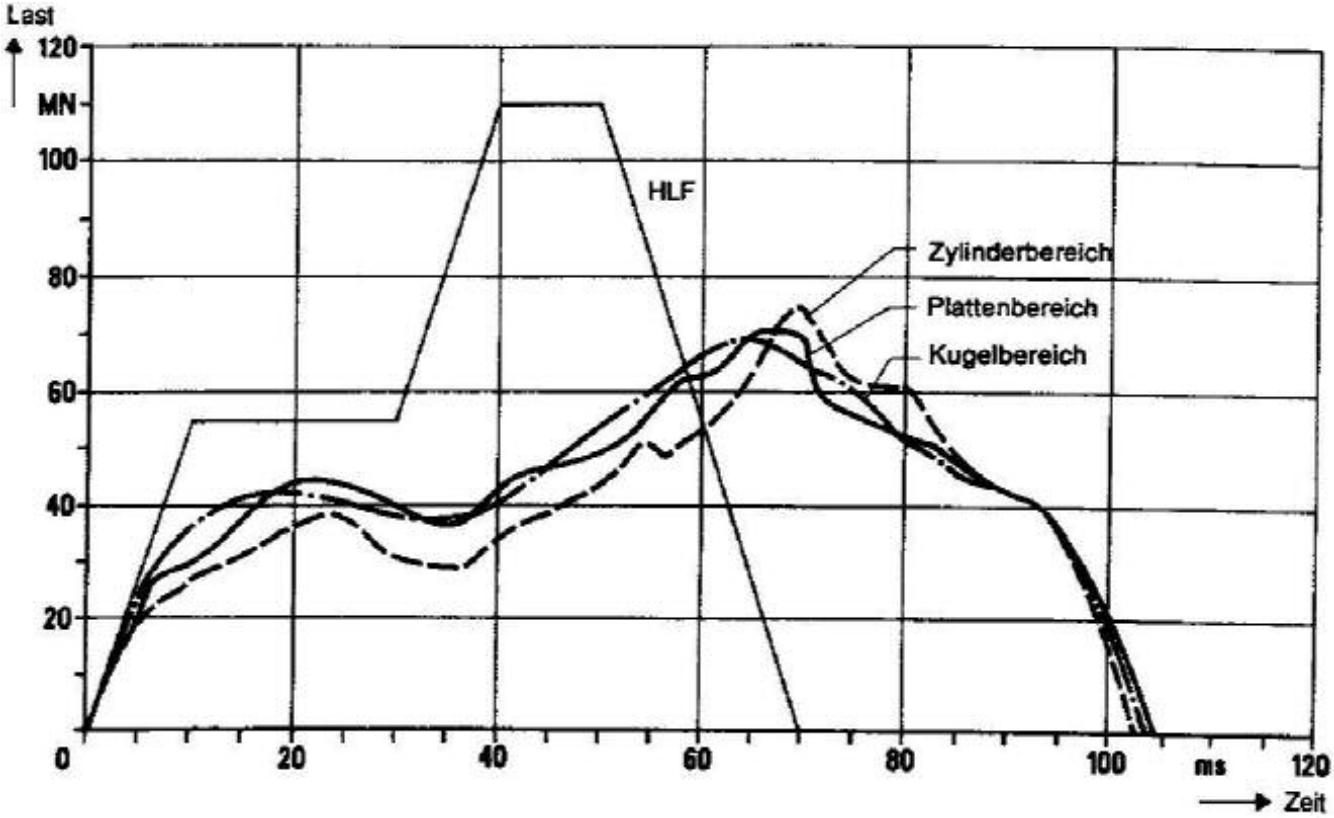


Bild 34. Gegenüberstellung der Last-Zeit-Funktion für den Lastfall Flugzeugabsturz für die „starre“ Anprall (HLF) bzw. die „realistischere“ Lastfunktion nach [Krutzik]

Ferner wurde festgestellt, dass die „theoretisch“ ermittelten maximalen Elementlängen oftmals nicht ausreichend sind. Basierend auf zahlreiche durchgeführte Untersuchungen und Parameterstudien sollten die gewählten Elementlängen der Finiten Elemente Modelle die folgenden verifizierten Größen nicht überschreiten:

Balkenelement:	$L_{n,B} \leq \frac{1}{10} \cdot \frac{c_L}{f_n}$
Scheibenelement:	$L_{n,S} \leq \frac{1}{22} \cdot \frac{c_L}{f_n}$
Plattenelement:	$L_{n,P} \leq \frac{1}{14} \cdot \frac{c_{L,S}}{f_n}$
Schalenelement:	$L_{n,S} \leq \frac{1}{8} \cdot \frac{c_{L,S}}{f_n}$

Tabelle 4. Zusammenstellungen der maximalen Länge eines Finiten Elementes in Abhängigkeit der Frequenz bzw. der Wellengeschwindigkeit des Materials

5 Zusammenfassung

In der praktischen Baudynamik bestehen oft große Unsicherheiten über die für die verschiedenen Probleme zu treffenden Annahmen. Die daraus resultierenden Entscheidungen sind jedoch von weit reichender Bedeutung, da sie sich am ausgeführten Bauwerk meist kurzfristig bewähren müssen. Eine Schlüsselfunktion spielt die Kenntnis des zeitlichen Verlaufs und die Auftretenshäufigkeit der dynamischen Einwirkung. Es wurde daher ein Überblick über verkehrs-, maschinen-, menschen- und naturinduzierte Schwingungen, deren Ursachen und Auswirkungen gegeben. Ferner wurden die wichtigsten der verfügbaren Vorschriften und Empfehlungen zur Bewertung und Beurteilung von Schwingungen und deren Auswirkung auf die Standsicherheit und Gebrauchsfähigkeit von Baukonstruktionen vorgestellt. Insbesondere wurden Hinweise zur Reduzierung der Schwingungsanfälligkeit dynamischer Systeme und den voraussichtlich vorhandenen Dämpfungen gegeben. Oft sind allerdings Grenzwertbetrachtungen unumgänglich.

Dynamisch beanspruchte Konstruktionen stellen hochinteressante Ingenieurbauwerke dar. Dabei ist festzuhalten, dass bei den in der Regel komplexen Bauvorhaben der frühzeitigen und ständigen Kommunikation aller Beteiligten - insbesondere der gemeinsamen Festlegung von Anforderungen in Abstimmung mit Architekten, Anlagenplanern, Bauingenieuren, Geologen und nicht zuletzt des Bauherren selbst - in der heutigen Zeit immer mehr Bedeutung zukommt.

6 Vorschriften, Literatur

DIN 1055	Einwirkungannahmen für Bauten
Teil 3	Verkehrslasten (06/71)
Teil 4	Verkehrslasten; Windlasten bei nicht schwingungsanfälligen Bauwerken (08/86)
Auslegungen	Mitteilungen des Instituts für Bautechnik, Berlin (05/88)
DIN 1072	Straßen- und Wegbrücken Einwirkungannahmen (12/85)
Beiblatt 1	Erläuterungen zu DIN 1072 (05/88)
DIN 4149	Bauten in deutschen Erdbebengebieten
Teil 1	Einwirkungannahmen, Bemessung und Ausführung üblicher Hochbauten (04/81)
DIN 4178	Glockentürme - Berechnung und Ausführung (08/78)
DIN 1074	Holzbrücken (05/91)
DIN 4131	Antennentragwerke aus Stahl (11/91)
ISO 2631	Evaluation of human exposure to whole-body vibration
Part 1	General Requirements (E 1978)
ISO 10 137	Bases for design of structures - Serviceability of buildings against vibrations (Draft 1990)

DIN 4150		Erschütterungen im Bauwesen
	Teil 1	Grundsätze, Vorermittlung und Messung von Schwingungsgrößen (09/75)
	Teil 2	Einwirkungen auf Menschen in Gebäuden (12/92)
	Teil 3	Einwirkungen auf bauliche Anlagen (05/86)
BS 6472		Guide to evaluation of human exposure to vibration in buildings (1 Hz to 80 Hz) (1992)
SIA 160		Action on Structures (1990)
VDI 2057	Blatt 1	Einwirkungen mechanischer Schwingungen auf den Menschen (07/95)
VDI 2060		Beurteilungsmaßstäbe für den Auswuchtzustand rotierender starrer Körper, Hinweis: VDI empfiehlt die Anwendung von DIN ISO 1940-1(1993-12)
VDI 3673		Druckentlastung von Staubexplosionen
	Blatt 1	Grundlagen, Gliederung, Begriffe (05/87)
	Blatt 2	Bewertung (05/87)
LTB BaWü		Bekanntmachung des Wirtschaftsministeriums über die Liste der Technischen Baubestimmungen (LTB) Veröffentlicht im Gemeinsamen Amtsblatt (GABl) von Baden-Württemberg

[1] BACHMANN, H.
Schwingungsprobleme bei Fußgängerbrücken.
In: Bauingenieur 1988, H.2, S. 67 - 75

[2] BACHMANN, H.
Bauwerksdynamik am Beispiel der menschenerregten Schwingungen.
In: Beton- und Stahlbeton 1988, H. 9, S. 244 – 250

[3] BACHMANN, H.; AMMANN, W.
Schwingungsprobleme bei Bauwerken -
Durch Menschen und Maschinen induzierte Schwingungen.
(Vibrations in Structures Induced by Man and Machines)
Structural Engineering Documents 1987, IABSE / AIPC / IVBH

[4] BIGGS, J.M.
Introduction to Structural Dynamics.
McGraw-Hill Bock Company, New York (1964)

[5] BREUNING, H.-J.
Nobel umhüllt – Rotationsdruckerei in Esslingen.
In: Deutsche Bauzeitung (136) 2002, H.1, S. 68 – 73

[6] EIBL, J.; HÄUßLER-COMBE, U.
Baudynamik. In: Betonkalender, Teil II (1997)
Verlag Ernst & Sohn, Berlin

[7] GERB
Schwingungsisolierungen.
9. Auflage 1994, Eigenverlag

[8] GEROLD, M.
Dynamisch beanspruchte Holzkonstruktionen -
Schwingungsberechnung und Konstruktionshinweise.
In: Bautechnik 75 (1998), H. 8, S. 509 - 529

[9] GEROLD, M.; SCHERER, P.; SCHLÜTER, H.-J.; CÜPPERS, H.-H.
Baustoff - Wiederaufbereitungsanlagen auf geotechnisch schwierigem Gelände.
In: Bautechnik 74 (1997), H. 9, S. 628 - 635

[10] KRUTZIK, N.J.
Zu Anwendungsgrenzen von FE-Modellen bei der Simulation von Erschütterungen in Kernkraftwerksbauwerken bei Stoßbelastungen.
Karlsruhe, Schriftenreihe des Instituts für Massivbau und Baustofftechnologie 2002

[11] MILBRANDT, E:; GEROLD, M.
Glockenturm Allmersbach im Tal.
In: Bauen mit Holz 1994, H.2, S. 88 - 94

[12] MÜLLER, F.-P.
Berechnung und Konstruktion von Glockentürmen.
Verlag W. Ernst & Sohn (1968), Berlin

[13] RAUSCH, E.
Maschinenfundamente.
3. Auflage 1959, VDI-Verlag

[14] SCHLÜTER, F.-H.; GEROLD, M.
Gebäude im Windwurfbereich von Bäumen.
In: Bauingenieur 78 (2003), H. 7/8, S. 349 - 359

[15] STEINER, J.
Resonanz erwünscht – Zur Instandsetzung schwingender Glockentürme.
In: Fortbildung für Prüfingenieure für Baustatik 2001,
VWA-Seminar-Nr. 2001-6106

[16] STEMPNIEWSKI, L.; HÄUßLER-COMBE, U.
Numerische Berechnungen und Näherungsverfahren zum Fahrzeuganprall auf Stützen.
In: Baudynamik – Tagung 2003 Kassel, S. 117 - 137
VDI-Bericht 1754, ISBN 3-18-091754-7

[17] STÜSSI, F.
Entwurf und Berechnung von Stahlbauten.
1. Band: Grundlagen des Stahlbaus (1958)
Springer-Verlag Berlin/Göttingen/Heidelberg